

社会的選択理論と民主主義

加 藤 晋

概 要

本稿では、アローの不可能性定理を中核とする社会的選択理論と民主主義について論じる。まず、社会的選択理論の枠組みと不可能性定理を概観し、その特徴を意味と構造というそれぞれの観点から説明する。そして、制度としての民主主義と討議としての民主主義をそれらの観点から検討する。さらに、討議の不安定的な性質について説明する。

キーワード

アローの不可能性定理, 社会的選択理論, コンドルセのパラドックス, 民主主義, 討議による統治

I. はじめに

ケネス・アローが『社会的選択と個人的評価』において「一般可能性定理 (general possibility theorem)」と名付けて証明した命題は、現在ではアローの不可能性定理と呼ばれている。ところで、アローは何の不可能性を証明したのだろうか。その定理は、定義域の非限定性、パレート原理、二項独立性、非独裁制、社会合理性といった要件を満たしつつ個人的選好を集計することが不可能であるということ述べている。定理に関するこの形式的表現の正しさについて疑いの余地はないが、それは実質的内容について何も語らない。

不可能性定理の実質的内容に関してさまざまな解釈が存在するが、主として2つの解釈が存在する。第1の解釈は、アローの不可能性定理は序数的効用を中核に据える新厚生経済学の困難性を示すというものである。第2の解釈は、その定理は民主主義の不可能性を意味するというものである。1966年にワシントン・スクエアで開催された会議において、ポール・サミュエルソンは“Arrow’s mathematical politics”という論題の下に、アローの貢献を賞賛するとともに彼の定理の解釈を批判した。

もし歴史をつかさどるミューズの神に手ばかりがなく、公正に行っているとするならば——というのはいささかロマンティックな仮説であるけれども——ケネス・アローの名は、民主主義の特性という永遠の課題に、新しい重要な洞察を与えたものとして、いつまでも記憶されるであろうとわたくしは信じる。

わたくしの正義感は、この高い賞賛を彼に捧げることを命じる。それとともにわたくしの経済学者としての名誉心は、われわれの部隊の兵士の1人がこの普遍的な関心事に貢献をなしたことを誇らずにはいられない。まことに、アローの生み出した理論は、伝統的な厚生経済学の数学的理論への貢献というよりはむしろ、いまだ幼い段階にある数理政治学の領域への貢献であることを強調したい。わたくしはアローを経済学から政治学に輸出する。なぜならわたくしは、アローが経済学における伝統的なバグソン流の厚生関数の不可能性を証明したとは——たとえ多くの未熟な読者たちが不可避にそう信じることに陥ってしまうにしても——信じないからである。

(Samuelson, 1967, 邦訳 pp. 143-144)

サミュエルソンによれば、アローの定理の意味は民主主義に関わるものであって、厚生経済学には関連しない。サミュエルソンの大胆な「輸出宣言」が適切なものかどうかという問題については、多くの研究者によって議論された¹⁾。我々がここで検討を試みたいのは、政治学への輸入が適切かどうかという問題である。本稿の目的は、アローの不可能性定理と社会的選択理論 (social choice theory) がどのように民主主義という伝統的概念と関わるのかについて、その意味と形式的構造を検討しながら論じることである。

アローの定理の意味が民主主義の不可能性だと述べられる際の論旨とはどのようなものだろうか。その際には、ほとんど例外なく、アロー自身が研究の出発点としたコンドルセのパラドックスが言及される。この有名なパラドックスは民主的決定方法として馴染み深い単純多数決制の問題点を指摘するもので、以下のように説明できる。3人の投票者と x , y , z の3つの社会的選択肢 (候補者) が存在するものとする。投票者1は、 x が1番望ましく、 y が2番目に望ましく、 z を3番目に望ましいと判断している。一方で、投票者2は、 y , z , x の順番で評価している。最後に、投票者3は、 z , x , y の順番で評価している。以上の状況は表1に表現されている。このとき、単純多数決の各選択肢のペアごとの社会的評価は、 x は y より望ましく、 y は z より望ましく、 z は x より望ましいというものになってしまう。このような社会的選好の循環は、社会的決定を行う上で大きな障害となる。ところ

1) 例えば、Fleurbaey and Mongin (2005) などを参照されたい。

で、コンドルセのパラドックスで検討されているのは、多様な投票制度のうちの単純多数決制だけである。その他の制度において、このような循環は起こるのだろうか。アローの定理は、投票制度が民主的であるための必要条件を満たしているのであれば、社会的循環が不可避であることを示している。

表 1：コンドルセのパラドックス

投票者 1	投票者 2	投票者 3
x	y	z
y	z	x
z	x	y

以上のような解説の後に、アローの定理は民主主義の不可能性を示すものであると論じられる。あるいは、アローの定理は民主主義の不合理性を示すといった旨の解釈が与えられる。このようなアローの定理の意味についての見方は妥当なものなのだろうか。この問題は、明らかに民主主義に対する見方と関わっている。我々の主眼は、多様な民主主義の考え方がアローの貢献の多様な解釈にいかにか結びつくのかを検討することである。

本稿の構成は以下のとおりである。第2節では、アローの分析的枠組みを導入したうえで、アローの不可能性定理の内容と社会的選択理論の展開について説明する。第3節では、社会的選択理論の分析的枠組みを理解するための2つの視点を導入する。第4節では、社会的選択理論の2つの側面が民主主義の概念に対して、どのような意味を持つのかについて検討を加える。第6節では、結論を述べたい。

II. 社会的選択理論の基礎

1. アローの不可能性定理

まず、社会的選択理論の基本的な枠組みを説明する²⁾。社会は個人1から個人 n までの n 人から構成されるものとする。この n 人の社会において社会的決定を行うものと想定する。社会的決定の対象となる社会的選択肢を x, y, z, \dots で表す。ここで3つ以上の社会的

2) 社会的選択理論の包括的なサーベイとしては、Sen (1970, 1986), Suzumura (1983), Gaertner (2006), 鈴村 (2009, 2012) などが挙げられる。アローの不可能性定理に関わる最近の問題に関しては Campbell and Kelly (2002) を参照されたい。Sen (1995, 1999) は数学的な表現に拠らず社会的選択理論の展望を説明している。アマルティア・センの貢献については、鈴村・後藤 (2001) および吉原 (2004) を参照されたい。

選択肢があるものとし、2人以上の個人がいるものとする。各個人 $i = 1, \dots, n$ は選択肢に対して**選好** (preference) を持つ。個人 i の選好は選択肢間の望ましさについての個人 i の価値判断を表し、 R_i という記号で表現する。そして、 $xR_i y$ は「個人 i にとって選択肢 x は選択肢 y と少なくとも同等に望ましい」ということを意味する。

このような選好 R_i に対して以下のように P_i と I_i を定めることができる。

$$xP_i y \Leftrightarrow xR_i y \ \& \ \neg(yR_i x)$$

$$xI_i y \Leftrightarrow xR_i y \ \& \ yR_i x$$

すなわち、 $xP_i y$ は「個人 i にとって選択肢 x は選択肢 y よりも望ましい」ということを意味し、 $xI_i y$ は「個人 i にとって選択肢 x は選択肢 y と無差別である」ということを意味する。

R_i は以下の二つの条件を満たすものとする。まず、任意の二つの選択肢について、どちらかが望ましいかあるいは無差別であるかが成立しなければいけない。すなわち、個人の価値判断は完備でなければならない³⁾。完備性の条件は、各人にとって選択肢が比較可能であることを要求している。さらに、 x が y と少なくとも同等に望ましく、また y が z と少なくとも同等に望ましいならば、 x は z と少なくとも同等に望ましくなければならぬ。すなわち、個人の価値判断は推移的でなければならない⁴⁾。推移性の条件は、個人の価値判断が整合的であることを要求する。本稿を通じて、個人の選好 R_i は完備的かつ推移的であると仮定する。ところで、選択肢の数が3つだった場合にはこのような選好の組み合わせは13通りとなることが確かめられる⁵⁾。

社会構成員がどのような選好を持っているかは選好の組 (R_1, \dots, R_n) によって表現される。アローの**社会厚生関数** (social welfare function) とは、選好の各組 (R_1, \dots, R_n) に対して、何らかの社会的選好 R を定めるような関数 f である。すなわち、 $R = f(R_1, \dots, R_n)$ が成立する⁶⁾。社会的選好 R は推移性と完備性を満たすものとする。この社会厚生関

3) 全ての2つの選択肢 x, y に対して、 $xR_i y$ または $yR_i x$ が成立するとき完備性 (completeness) を満たすという。

4) 全ての3つの選択肢について、もし $xR_i y$ かつ $yR_i z$ が成立するならば $xR_i z$ となるときに R_i は推移性 (transitivity) を満たすという。

5) すなわち、 $xP_i yP_i z, xI_i yP_i z, xP_i yI_i z, xP_i zP_i y, xI_i zP_i y, yP_i xP_i z, yP_i xI_i z, yP_i zP_i x, yI_i zP_i x, zP_i xP_i y, zP_i xI_i y, zP_i yP_i x, xI_i yI_i z$ の13通りである。

6) アローは著書において社会厚生関数という名称で彼の分析した関数を呼んだが、サミュエルソンはそれがバークソン=サミュエルソン社会厚生関数との混乱を招くものとして糾弾している (Samuelson, 1967)。彼によれば、バークソンとサミュエルソンの考えた社会厚生関数は個人の選好リストが与えられた際に定まる値 $f(R_1, \dots, R_n)$ であり、個人選好リストに社会的選好を定める関数 $f(\cdot)$ ではない。すなわち、バークソン=サミュエルソン社会厚生関数は複数の選好リストに対して定められる必要がない。アローやサミュエルソンは、アローの関数について社会構成関数 (constitution function) という名前に改称した。しかし、本稿では全体を通じて $f(\cdot)$ を (アローの) 社会厚生関数と呼ぶことにする。

数の特性を**集団的合理性** (collective rationality) と呼ぶ。表現を簡潔にするために、選好の組 (R_1, \dots, R_n) と (R'_1, \dots, R'_n) から生成される社会的選好をそれぞれ R, R' と表す。

アローの社会的選択理論の著しい特徴は、それが非常に一般的な枠組みに基づく点である。この一般性は、投票ルールや資源の分配方法といった異なる問題を同時に考察することを可能とする⁷⁾。もし x, y, z が投票の対象である候補者である場合は、 f は投票制度を与え、もし x, y, z が資源配分である場合は、 f は配分上の社会厚生を定めるルールとなる。一方は政治的問題であり、もう一方は経済的問題であるにもかかわらず、それらは各人の選好リストに対して社会的選択肢上の評価を定め決定を行うという構造に帰着させられる。このような社会的決定の一般的な「構造」に着目し、公理的な分析方法を構築した点がミューズの女神クリオをして瞠目させたであろうアローの研究の独自性である。

土台となる枠組みが一般的であるために、アローの提案した公理は民主主義の公理とも解釈できるし、適切な社会厚生構築のための公理と解釈することもできる。本稿の目的に従って、以下では民主主義との関連を強調しながら各公理を説明していきたい。

最初の公理は社会厚生関数の定義域について述べたものである⁸⁾。

定義域の非限定性 (unrestricted domain)：社会厚生関数は、全ての可能な選好の組み合わせに対して判断を下す。

社会的選好の基礎となる選好の組について、どれ程可能な組み合わせがあるだろうか。例として、2人からなる社会で3つの選択肢が存在する場合について考えてみたい。各個人の選好については13通りの可能性があった。そこで、選好の組については、 $13 \times 13 = 169$ 通りが可能となる。この169通りの組み合わせのうちで、社会厚生関数が判断を下さなければいけないものはどのようなものであろうか。もしあり得ないような選好の組が含まれるのであれば、社会厚生関数の判断の基礎より除外してもよいと考えることができる。社会的選択肢が、消費税増税0%・増税5%・増税10%だったとすれば、0%が1番望ましく、10%が2番目で、5%が3番という選好は起こりにくいと考えられる。また、家族内での集団的意思決定の問題であれば、家族の選好が似ているため家族の選好が大きく異なるような場合は起こり得ないと考えられるかもしれない。

定義域の非限定性が述べるところは、社会厚生関数はありとあらゆる選好の組に対して社会的選好を定めなければいけないということである。上述の例であれば、169通りある

7) 実際、アローは企業における意思決定、投票制度、厚生経済学などの様々な問題を検討しながら不可能性定理に到達した。

8) この公理は、もともとのアローの枠組みでは課されていなかった。アローはもっと弱い公理を課していたが、Blau (1957) によって証明の問題が指摘され、定義域の非限定性に置きかえられた。Blau (1957) は全ての公理を満たす社会厚生関数の例を与えたが、その構成方法は定義域に関するその後の研究の発展に大きく貢献した。

可能性の全てに対して社会的選好が定められることが要求されている。この公理の本質的な意味は、個人の多様性を許しているという点である。

次の公理は、全会一致の原理を社会的選択理論の枠組みで述べたものである。

パレート原理 (Pareto principle) : 全ての社会構成員によってある選択肢 x が他の選択肢 y よりも望ましいと判断されるならば、社会的にも x が y よりも望ましいと判断される。

この公理には2つの含意がある。パレート原理は、全員の意見が一致するような場面において、個人の価値判断が考慮に入れられることを要求する。もし考慮に入れられるのであれば、どんな形で反映されてもよいと考えてみたい。たとえば、「全ての社会構成員によって x が y よりも望ましいと判断されるならば、社会的には y が x よりも望ましいと判断される」といった原則は明らかに民主的ではないが、個人の意見が極めて陰湿な形で考慮に入れられている。このような、特定の選好リストのもとでは少なくとも何らかの形で意見が考慮されるという含意を「意見考慮」の側面と呼ぶ。さらに、パレート原理は、意見を考慮に入れる際に個人の意見を尊重することを要求する。これを「意見尊重」の側面と呼ぶ。明らかに前者は後者によって含意される。

次の公理は、二つの選好の組の間で一定の関係がある場合に、それらから生成される二つの社会的選好にどのような関連があるべきかを述べている。

二項独立性 (binary independence) : 2つの選択肢 x, y 上の社会的判断は、 x, y 上の個人の判断にのみ依存する。すなわち、2つの選好の組において、全ての個人について x, y 上のランキングが一致しているのであれば、 x, y 上の社会的ランキングも一致しなければならない。

この公理は、社会的選好を構成する上での情報の利用について述べたものである。すなわち、2つの選択肢の間のランキングを決める際に、個人のどのような情報を集める必要があるのかということ述べている。

この二項独立性は、個人が正直に自分の選好を述べる誘因を持つかという問題と関係している。嘘をつく誘因があってはならないという要請のことを、耐戦略的操作性 (strategy proofness) と言う⁹⁾。ある緩やかな想定の下で、二項独立性は耐戦略的操作性と同値の条件であるということが知られている。

他の個人の選好の組み合わせに関わらず、任意の選択肢 x, y について以下が成立する個人を独裁者 (dictator) と呼ぶ。

$$xP_iy \Rightarrow xPy$$

どのような場合でも自分の意見が通る独裁者の存在は民主的決定の観点から望ましくない。

9) 耐戦略的操作性に関する基本的結果は、Gibbard (1973) および Satterthwaite (1975) によって与えられた。

そこで、以下の公理が課される。

非独裁制 (non-dictatorship)：独裁者は存在しない。

以上の4つの公理は単純多数決制をはじめとするさまざまな決定手続きによって満たされている。

アローの定理は以下のように述べられる。

定理 1 (アローの不可能性定理)。定義域の非限定性、パレート原理、二項独立性、非独裁制を満たすような社会厚生関数 f は存在しない。

アローの定理の述べるところは、個人価値の多様性を許容したうえで、個人の意見を尊重する情報効率的な社会的決定制度は独裁制のみであるということである。

以下では、Geanakoplos (2005) のアプローチに従ってアローの定理の証明を与える¹⁰⁾。選択肢の数が3の場合について考察する。

補題 1 (極論の補題)。定義域の非限定性、パレート原理、二項独立性を満たすような社会厚生関数 f を考える。各個人が x をトップまたはボトムに評価しているとすれば、 x の社会的評価もトップまたはボトムとなる。

証明。ある選好の組 (R_1, \dots, R_n) が存在して、各個人が x をトップまたはボトムに評価しているものの、 x の社会的評価はトップまたはボトムとならないと仮定する。このとき、 yRx となるような y と xRz となるような z が存在する。このような選好の組の例を表2に示した。

いま、 x の位置を変更せずトップまたはボトムに維持したままで、全ての個人が z を y よりも強く選好しているような別の選好の組 (R'_1, \dots, R'_n) を考える。すなわち、 x をもともとトップに評価していた個人の選好は $xP'_izP'_iy$ に変更し、 x をもともとボトムに評価していた個人の選好は $zP'_iyP'_ix$ に変更する。このような選好の組を表3に示した。このとき、 x と y の2つの選択肢の間の個人のランキングは (R_1, \dots, R_n) から変わらない。また、 x と z の2つの選択肢の間の個人のランキングについても変わらない。そこで、二項独立性より、以下が成立する。

$$yR'x \ \& \ xR'z$$

推移性から、 $yR'z$ が帰結する。この帰結はパレート原理から導かれるところの $zP'y$ と矛盾する。□

10) Geanakoplos (2005) の証明方法は、Barberá (1980) の証明を発展させたものである。この証明方法のさらなる拡張については、Reny (2001) と Cato (2010) を参照されたい。

表 2：極論の補題 (1)

個人 1	個人 2	...	個人 n	社会的評価
x	y	...	x	y
y	z	...	z	x
z	x	...	y	z

表 3：極論の補題 (2)

個人 1	個人 2	...	個人 n	社会的評価
x	z	...	x	y
z	y	...	z	x
y	x	...	y	z

定理の証明. まず、全ての個人 $i = 1, \dots, n$ が xP_iyP_iz という選好を持つものとする。このとき、パレート原理より社会的選好は $xPyPz$ となる。すなわち、 z は社会的評価においてボトムにおかれる。この状況は表 4 に描かれている。いま、個人 1 の選好 R_1 について、 z, x, y という順番に評価している選好 R'_1 に変更されたものとする。極論の補題より、この選好の組 (R'_1, R_2, \dots, R_n) のもとでは、 z の社会的評価はトップかボトムとならなければいけない。個人 1 に加え、個人 2 の選好 R_2 について、 z, x, y という順番に評価している R'_2 に変更されたものとする。この選好の組 $(R'_1, R'_2, R_3, \dots, R_n)$ のもとでは、 z の社会的評価はトップかボトムとならなければいけない。このような手続きを繰り返し、以下のような $n + 1$ 個の選択の組を得る。

$$(R_1, \dots, R_n), (R'_1, R_2, \dots, R_n), (R'_1, R'_2, R_3, \dots, R_n), \dots, (R'_1, R'_2, R'_3, \dots, R'_n)$$

どの選択の組においても z はトップかボトムとならなければいけないが、最後の選好の組 (R'_1, \dots, R'_n) のもとではトップにランクされなければならない。 $n + 1$ 個の選択の組の最初のもののもとではボトムにランクされ、最後のもののもとではトップにランクされていることに留意すれば、選好を変更したときに z の社会的評価がボトムからトップに変更されるような最初の個人 i^* が存在することが分かる。このような個人を z に関する pivotal voter と呼ぶ。こうした状況は表 5 と表 6 に描かれている。

表 4：Pivotal voter の探索 (1)

個人 1	個人 2	...	個人 n	社会的評価
x	x	...	x	x
y	y	...	y	y
z	z	...	z	z

表 5 : Pivotal voter の探索 (2)

個人 1	...	個人 i^*-1	個人 i^*	...	個人 n	社会的評価
z	...	z	x	...	x	
x	...	x	y	...	y	
y	...	y	z	...	z	

表 6 : Pivotal voter の探索 (3)

個人 1	...	個人 i^*-1	個人 i^*	...	個人 n	社会的評価
z	...	z	z	...	x	z
x	...	x	x	...	y	
y	...	y	y	...	z	

表 7 : 独裁者であることの証明

個人 1	...	個人 i^*-1	個人 i^*	...	個人 n	社会的評価
z	...	z	x	...		x
	...		z	...		z
	...		y	...		y

この個人 i^* に関して、以下が成立することを示す。

$$[xP_i \cdot y \Rightarrow xPy] \ \& \ [yP_i \cdot x \Rightarrow yPx].$$

いま、表 7 に描かれているような選好の組を考えよう。すなわち、個人 $i = 1, \dots, i^*$ は z を評価のトップに置き、個人 $i = i^*+1, \dots, n$ はボトムにおいており、個人 i^* は x, z, y の順番に評価している。このとき、 x と z の間の個人ランキングは、表 5 と表 7 において同じである。そこで、表 5 のもとでは、 z がボトムに評価されているので xPz が帰結する。このとき、 x と z の間の個人ランキングは、表 5 と表 7 において同じである。そこで、表 5 のもとでは z がボトムに評価されていることに注目すれば、表 7 の選好の組のもとで xPz が成立することが分かる。また、 y と z の間の個人ランキングは、表 6 と表 7 において同じなので、表 7 の選好のリストのもとで zPy が成立することが分かる。推移性から、 xPy が成り立つ。いま、表 7 においては i^* 以外の個人について x と y 上のランキングが特定化されていない点に注意すれば、二項独立性よりどのような選好の組に対しても $xP_i \cdot y \Rightarrow xPy$ とならなければいけないことが分かる。個人 i^* の選好を $yP_i \cdot zP_i \cdot x$ に変更すれば、同様の手続きを経て $yPzPx$ を示すことができる。そこで、 $yP_i \cdot x \Rightarrow yPx$ が分かる。すなわち、 z に関する pivotal voter i^* は x と y との間の社会的ランキングに決定的な影響力を持っている。

同様の手続きによって、 x に関する pivotal voter は y と z との間の社会的ランキングに決定的な影響力を持ち、 y に関する pivotal voter は x と z との間の社会的ランキングに決

定的な影響力を持っていることを示せる。このような決定的影響力を持つ個人は同一人物でなければ推移的な社会的評価が構成されないことは明らかである。そこで、独裁者が存在する。これは非独裁制と矛盾する。□

上述の証明方法は選択肢の数が3であることに本質的に依存していないため、一般的な m の選択肢の場合にも定理が成立することが簡単に確かめられる。

アローの定理の最もよく知られた証明方法は、Arrow (1951) 自身による証明を Blau (1972) や Sen (1970, 1995) が彫琢させたものである。この正統派のアプローチでは権力の構造に注目する。すべての選択肢のペア x, y に対して、以下が成立するような個人の集合 M のことを決定的グループと呼ぶ。

$$[xP_i y \text{ for all } i \in M] \Rightarrow xPy.$$

すなわち、決定的なグループとは、グループ内で意見が一致すれば、グループ外の個人の選好の如何によらず、社会的ランキングを自由に決定することができるような個人の集合である。そこで、決定的グループは社会的決定において権力を持つ。たとえば、多数決制のもとでは過半数の個人から構成されるグループが決定的となる。このような決定的グループの構造を明らかにすることによってアローの不可能性定理を証明を行うということがこのアプローチの基軸である。この証明方法の詳細については、鈴木 (1982, 2009, 2012) あるいは鈴木・後藤 (2001) を参照されたい。

2. 公理の緩和とアローの定理

アローの不可能性定理は、課されている公理や特性を緩めることで可能性定理に変えられることが知られている。

定義域の非限定性の緩和 推移的選好を生成しない可能性があるとはいえ、単純多数決制は魅力的である。最初期に注目された可能性定理への経路は、定義域を限定し単純多数決制が推移的な社会的評価を生成するものに絞り込むというものであった。Arrow (1951) と Black (1948) は単峰の選好 (single peaked preference) を提案し、個人がそのような選好を持つのであれば単純多数決制のもとで整合的な社会的決定が行われることを論じた¹¹⁾。すなわち、単峰の選好は社会合理性のための十分条件である。

多くの研究者が彼らの研究を拡張することを試みたが、最も洗練された結論は稲田献一とセン＝パタナイクによって与えられた。あらゆる3つの選択肢 x, y, z に対して、

11) アローとブラックによる単峰の選好に関する研究の発表の時期は3年の乖離があるものの独立に行われたものである。アローの単峰の選好に関する研究の発表は1951年ではあるが、その内容は不可能性定理を証明するよりも前の1947年から1948年に為されたものである (Arrow, 1983, p. 3)。

$$\exists i : xP_i y P_i z \Rightarrow \forall i : (zP_i x \Rightarrow zP_i y P_i x)$$

が成立するとき選好の組 (R_1, \dots, R_n) が極論制限性 (extremal restriction) を満たすという¹²⁾。このとき、ある個人が x を最善、 y を次善、 z を最悪と評価しているとすれば、 z が x よりも望ましいと考える他の個人についてはそれぞれ最善と最悪に評価しなければならない。

この条件の含意を明らかにするために、社会構成員が2人ということを仮定し、この条件がどのような制約を与えるのかについて検討する。いま、 $xP_1 y P_1 z$ を仮定しよう。このとき、個人2は下記の4つの選好を持つことが禁止されてしまう。そこで、個人2にとっては13通りの選好の中で、9つのみが極論制限性のもとで許される選好となる。

$$zP_2 x P_2 y \quad (1)$$

$$zP_2 x I_2 y \quad (2)$$

$$yP_2 z P_2 x \quad (3)$$

$$yI_2 z P_2 x \quad (4)$$

もし個人2が(1)か(2)の選好を持っているとすれば、多数決制によって $xPy \& yIz \& zPx$ が帰結する。このような選好は推移性を満たさない。同様に、個人2が(3)か(4)の選好を持っている場合についても、多数決制は推移性を満たさない選好を生成する ($xIy \& yPz \& zIx$)。そこで極論制限性を満たさない限り、単純多数決制は合理的判断を行わない。

このようにして極論制限性の必要性は示されるが、稲田猷一とセン＝パタナイクは充分性について成立することも証明した。

定理 2 (Inada 1969; Sen and Pattanaik, 1969). 極論制限性は単純多数決制が社会厚生関数となるための必要十分条件である。

充分性についての厳密な証明は他に譲り¹³⁾、以下では簡単なスケッチを与えることにする。社会構成員は強い選好のみをもつものと仮定したうえで、極論制限性を満たしている選好の下ではコンドルセのパラドックスが起り得ないことを示す。いま、 xPy かつ yPz を仮定する。過半数の個人が x が y より望ましいと判断している。同様に、過半数の個人が y が z より望ましいと判断している。ゆえに、 x の賛成者達と y の賛成者達には共通する個人がいなければならない。そこで、 $xP_i y P_i z$ となるような個人が必ず存在する。ところで zPy となりコンドルセのパラドックスが起っているとすれば、過半数の個人が z が x より望ましいと判断している。極論制限性を満たしているため、このような個人については $zP_i y P_i x$ とならなければいけない。これは過半数の個人が y が x より望ましく、 z が y

12) 極論制限性は、Sen and Pattanaik (1969) によって提案された。Inada (1969) は antagonistic preference, echoic preference, dichotomous preference という3つの条件を提案した。

13) Sen (1970, Chapter 10 & Chapter 10*) を参照されたい。

より望ましいと判断していることに他ならない。そこで、矛盾が示された。

パレート原理の緩和 全会一致の原理は我々の直観に強く訴えかける条件ではあるが、この条件を緩和する可能性について説明する。パレート原理は一見した印象より強い要求をしている。この原理は、どのような歴史や伝統的規範があろうとも、全員の一致さえあれば覆せるという含意を持つ。そこで、どのような場合でも必ず選ばれることのない選択肢が存在することを許さない。しかし、このような選択肢はしばしば存在する。すなわち、パレート原理と伝統的規範は対立する可能性がある¹⁴⁾。

そのほかの公理を維持し、パレート原理を緩和した場合にどのような社会厚生関数が可能であるかという問題は、村上泰亮 [Murakami, 1968] によって先鞭がつけられ、Wilson (1972) によってより洗練されたものとなった¹⁵⁾。任意の選択肢 x, y に対して、何らかの選好の組があり、 xRy が成立する場合に社会厚生関数は**非賦課性** (non-imposition) を満たす。どちらかのほうがもう片方よりも社会的に望ましいということが予め定まっているようなことがあってはならない。この条件はパレート原理より論理的に弱く、パレート原理の「意見考慮」の側面を弱い形で反映させたものである。Murakami (1968) と Wilson (1972) によれば、パレート原理を非賦課性に緩めたとしても、可能な社会厚生関数は独裁制の他に以下の2つしかない。

- 迫害者の存在…任意の選択肢 x, y について以下が成立する個人 i を迫害者と呼ぶ。

$$xP_i y \Rightarrow yPx$$

- 無意味 (null) …全ての選択肢を無差別に評価する。

従って、パレート原理を緩和したとしても、ほとんど可能な社会厚生関数の幅は広がることはなく、不可能性定理から脱却することはできない。さらに、Cato (2011a) は集団合理性とパレート原理を同時に緩めた際にどの程度の可能性が広がるかという問題を検討した。

二項独立性 アローの定理の証明において、二項独立性が決定的な役割を担っていることは直ちに理解できる。この公理は、多くの研究者によって不可能性の犯人として断罪されてきた。二項独立性は、その形式的要求が他の公理に比べて分かりにくいだけでなく、その実質的意義も分かりにくい。ここでは、二項独立性がどのような意味で情報を排除して、それを緩めることでどのような制度が可能であるのかを検討し、その意義を説明したい。

各選好 R_i と各選択肢 x に対して何らかの実数を対応させる関数 U で以下の性質を満たすものを考えてみよう。

14) Sen (1970, Chapter 6 & Chapter 6*) は権利の存在とパレート原理の間に厳しい対立があることを示した。センはパレート原理を緩和することでこの対立を解決することを試みた。

15) この二つの研究の関係については、Malawski and Zhou (1994) を参照されたい。

$$U(x, R_i) \geq U(y, R_i) \Leftrightarrow xR_i y$$

このような関数は、個人的選好 R_i に対して個人の効用関数 u_i を定める手続きを与える。すなわち、以下のように定義することで R_i の効用表現が得られる。

$$U(x, R_i) = u_i(x)$$

選択肢の集合が有限である限りこのような関数 U の存在は保証されている¹⁶⁾。このように定められた U に対して次のような方法で社会厚生関数を定める。

$$xRy \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n U(x, R_i) \geq \sum_{i=1}^n U(y, R_i) \quad (5)$$

このように定義された社会厚生関数は二項独立性を除くすべての条件を満たす¹⁷⁾。この社会厚生関数は洗練された功利主義と呼ぶべきものである。この方法が「洗練」されているのは、古典的功利主義が各個人の効用関数を個人に帰属しているものと扱っているのに対して、この方法の下では個人の選好は個人に帰属しているものの効用関数の構成方法 U は社会に帰属している点である。

この功利主義的評価方法はボルダ・ルールと関係している。有限個 (m) の選択肢に対して、各個人のもっとも望ましい選択肢に対して m 、2番目に対しては $m-1$ 、3番目に対しては $m-2$ といった具合に自然数のスコアを対応させるような手続きを考える。このような手続きが、先の関数 U の一例であることに留意すれば、各個人のスコアを集計して比較するボルダ・ルールが上記の洗練された功利主義の一例であることが理解できる。

関連した評価方法をいまひとつ挙げたい。2財経済において、各個人が消費集合上に選好 R_i を持つものとする。標準的経済学で仮定されるように、単調性、連続性、凸性といった性質を満たすものとする。いま参照となる財の組み合わせ $\omega = (1, 1)$ を定めて、各消費バンドル (x_1, x_2) に対して以下が成立するような実数 λ を定める。

$$(x_1, x_2) I_i \lambda \omega$$

すなわち、 (x_1, x_2) と (λ, λ) が個人にとって無差別になるように λ を定める。このような λ の構成方法は図1に描かれている。その構成方法からして、 λ は R_i と消費バンドル (x_1, x_2) に対応して定められる。そこで、それを関数とみなせば $\lambda(x_1, x_2, R_i)$ と表現できる。このような $\lambda(x_1, x_2, R_i)$ は各選好に対して個人の効用関数を定めるものであり、先の関数 U の一例に他ならない¹⁸⁾。このような手続きで得られた個人的評価を、(5)に従って集計すれば財空間上の社会的評価方法が得られる。この社会的評価方法は、Samuelson (1977)

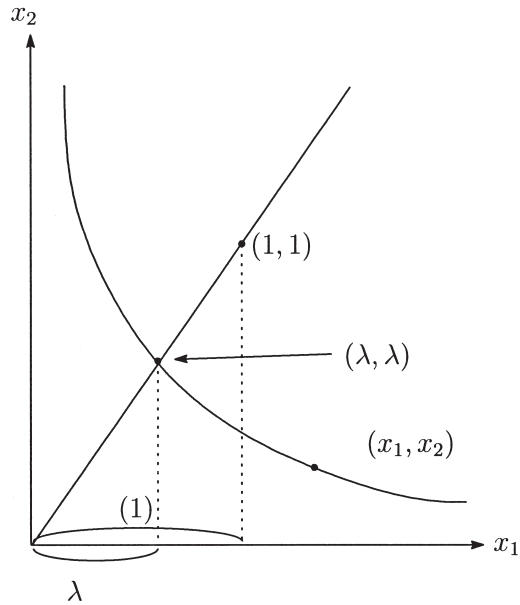
16) 選択肢の集合が無限集合であるときには、関数 U の存在は常に保証されているわけではないが、一定の条件の下で補証される。

17) この社会厚生関数は後に導入する匿名性の条件も満たしており、非常に振る舞いの良い社会厚生関数だと言える。

18) Cato and Otaki (2012) は、この効用表現 λ の特性について分析を行っている。

が Kemp and Ng (1976) に対して提案した道理に適ったバーグソン＝サミュエルソン社会厚生関数を定める手続きに他ならない¹⁹⁾。すなわち、バーグソン＝サミュエルソン社会厚生関数とはベンサム of 古典的功利主義をボルダの流儀によって修正したものと理解することができる²⁰⁾。

図 1：バーグソン＝サミュエルソン社会厚生関数の一例



ここでアローの社会厚生関数はその枠組みによって効用情報を排除しているという主張について検討したい。この主張によれば、社会厚生関数はその情報的基础として個人の「序数的選好」のリストのみを含むため、個人の効用関数を考慮に入れることができない。これは誤りである。上述のような効用関数を構成する手続きを経ることで、効用関数に基づいて社会的決定を行うことが可能である。

しかし、このような社会厚生関数は二項独立性によって排除されている。問題となるのは、個人の効用関数 u_i は選好全体 R_i またはその一部に基づいて構成されるために、 x と

19) バーグソン＝サミュエルソン社会厚生関数を定める手続きについては、Samuelson (1983) の増補版への序説も参照されたい。

20) 個人主義的な社会厚生関数を考える限り、サミュエルソンの倫理的観察者にとっての課題は2つに分割される。第1の問題は、道理に適った効用表現を定める手続きとは何かというものである。これは、効用空間の軸を定めるという作業を意味する。第2の問題は、道理に適った効用の集計とは何かというものである。これは、定められた効用空間において社会的無差別曲線を定めることを意味する。後者の問題にのみ焦点が当てられることが多いが、個人の厚生評価そのものと関わっているために前者の重要性は後者に劣らない。

y の効用を比較するために無関係な選択肢 z のランキング情報が必要となるという点である。ボルダ・ルールにおけるスコア方法を想起されたい。ボルダ・ルールなどにおいては、効用関数が社会厚生関数の情報的基础にないために、基礎的情報から派生される二次的情報となっている。その二次的情報を得るために基礎的情報全体を参照する必要がある、二項独立性に抵触してしまう。

二項独立性の意味についてまとめよう。二項独立性は選好/効用の「序数性」と「比較不可能性」についての公理である。序数性・比較不可能性には区別すべき2つの見方がある。1つ目は、その選好を持っている個人にとっての序数性・比較不可能性である。2つ目は、制度設計者や政策担当者にとっての序数性・比較不可能性である。前者は、本人がそれを序数的で比較不可能「である」と考えているということの意味する。後者は、制度設計者が個人の効用を序数的で比較不可能だと考える「べきである」ということを意味する。前者は「存在」の命題であり、後者は「当為」の命題である。ボルダ・ルールもバークソン=サミュエルソン社会厚生関数も前者の意味においては序数的な効用を想定している。しかし、それらのルールにおいては、制度設計者が表明された選好を彼の視点から道理に適った手続きによって基数的あるいは比較可能な情報として扱うことを許している。この意味で、二項独立性は、後者の意味での序数性・比較不可能性を要求するものであった。

集団的合理性 これまでの議論においては、社会的選好が完備性と推移性を満たすものと想定されていた。Buchanan (1954, p. 116)は社会的選好の推移性を厳しく批判した。彼によれば、「社会的集団の性質としての合理性や非合理性はその個人的要素を有機的存在の社会に付与することを含意する」。実際、個人が持っている性質の全てを社会が満たす必要性はない。重要な問題は、社会的選好の性質として推移性や完備性が適切なものであるかどうかという点である²¹⁾。

Sen (1969)を嚆矢とする社会的選好が合理性の要件を満たしていない場合についての研究は、完備性か推移性のどちらかが緩められればアローの公理を満たす社会的決定方法が存在することを明らかにした。たとえば、社会的選好が完備でない可能性を許せば、アローの公理を満たすような社会的評価方法は存在する。全ての選択肢 x, y に対して、 xRy が成立するのは、全ての個人 i について $xR_i y$ が成立するときのみとするような決定方法について考えてみたい。このような社会的決定方法を**パレート・ルール** (Pareto rule)と呼ぶ。パレート・ルールは、意見が分かれた際には社会的判断を留保するため完備な選好を生成しないが、常に推移的な選好を生成する。この制度が、アローの公理を満たすのは

21) アローのブキャナンに対する反論については『社会的選択と個人的評価』の8章を参照されたい。

明らかである。Sen (1969) は弱い選好 R ではなく強い社会的選好 P のみに推移性を課す準推移性 (quasi-transitivity) という要件を提案した。完備性と準推移性を満たす社会的選好を生成しつつ、アローの公理を満たす社会的決定方法は存在する。

このように社会的選好の合理性を緩めさえすれば、可能性定理が得られることが示されている。しかし、さらなる研究の進展が明らかにしたのはそれが大きな可能性ではないということである²²⁾。それらによれば、合理性をいくら緩めようとも、独裁者より弱い形式ではあるものの意見を押し通すことのできる個人が存在してしまう²³⁾。

Ⅲ. 社会的選択理論の Semantics と Syntax

本節では、社会的選択理論の意味論的側面と構文論的側面を説明する。

1. 社会的選択理論の意味論的側面

社会的選択理論には、制度の「意味」を探るという側面がある。この点について説明するために、そのような探索の一例を挙げたい。先述のように、単純多数決制は全ての公理を満たすが、推移的でない社会的選好を生み出すために社会厚生関数ではない。このとき単純多数決制を社会厚生関数にするには2つのアプローチがある。第1のアプローチは、単純多数決制が推移的選好を生成するように定義域を制限するというものである。第2のアプローチは、単純多数決制が社会厚生関数となるように選択肢の数を制限するというものである。後者のアプローチは、アローによって示唆された後、ケネス・メイによって強力に推進された。メイはアローの公理より論理的に強いものを定式化し、それらが単純多数決制の必要十分条件となることを示すことで、その制度的意味を明らかにした。

B_{xy} によって $xR_i y$ となる個人の集合を表せば、単純多数決制は以下のように定義される。

$$xRy \Leftrightarrow \#B_{xy} \geq \#B_{yx}.$$

ここで、 $\#$ は集合を構成する要素の数を与えるものとする。

予備的な段階としてメイの定式化した公理を導入する。

22) Cato (2010) は推移性を弱めた場合の不可能性に関する展望論文となっている。Cato (2012) は完備性を緩めた場合についての不可能性についての最近の研究である。

23) パレート・ルールにおいては、他の全員が一致して y より x の方が望ましいと表明していても、逆を表明することで社会的判断を留保させられるという意味で各個人が権力を持っている。

匿名性 (anonymity) : 社会構成員の番号を入れ替えたとしても、社会的選好は不変である²⁴⁾.

特定の個人を特別扱いしないというのは民主主義の制度的性質のひとつであり、匿名性はその点を適切に捉えたものである。独裁制の下での差別的待遇は匿名性に悖るために、非独裁制は匿名性によって含意される。

次に、選択肢についての不変性の公理を導入したい。

中立性 (neutrality) : 4つの選択肢 x, y, z, w について、もし全ての個人 $i=1, \dots, n$ について $[xR_i y \Leftrightarrow zR'_i w \ \& \ yR_i x \Leftrightarrow wR'_i z]$ が成立するならば、以下が成立する。

$$xRy \Leftrightarrow zR'w \ \& \ yRx \Leftrightarrow wR'z$$

中立性によれば、 x と y の間の個人ランキングの相対的關係が、 z と w の選択肢の間の個人ランキングの相対的關係と同一であるならば、それぞれのペアにおける社会的ランキングについて同一の構造となる必要がある。この公理は、社会的選択枝の特別扱いを許さないが故に、その内在的特性やラベルが社会的選択に直接影響は及ぼさないということの意味する。この公理は一瞥した印象よりはるかに厳しい要求であり、二項独立性はこの条件から含意される。このような特定の選択枝の特別扱いの排除は民主主義の適切な要件と言えるのだろうか。

中立性は、これまでどのような状況であったかという歴史を完全に無視するために、さまざまな現実の集団的意思決定を排除してしまう。たとえば憲法改正の発議については衆議院と参議院のそれぞれで総議員の3分の2以上の賛成が必要となる（国民投票は単純多数決でなされる）。ボクシングのタイトル戦では、ポイントの集計が同点だった場合には現チャンピオンの防衛とされる。こうした集計方法は、現状 (status quo) に対して比重が与えられており、中立性の要求に反している。このような現状に対するバイアスは、多くの集団的意思決定に見られる。一方で、代表者の決定を問題とするような社会的決定においては、現職議員に対してバイアスを与えることはあまりない。従って、中立性は選択枝がなんであるかによってその適切性が大きく変わる公理と言える。

メイの最後の公理は**正の感応性** (positive responsiveness) と呼ばれる。この公理の本質的意味は以下のとおりである²⁵⁾。ある選好の組 (R_1, \dots, R_n) のもとで xRy と判断されているものとしよう。別の選好の組 (R'_1, \dots, R'_n) において、 y の賛成者が増えることなく x の賛成者が増えるか、または x の賛成者が減ることなく y の賛成者が減っているのであれば、 $xP'y$ とならなければいけない。

24) 形式的な定義は以下のとおりである。2つの選好の組 $(R_1, \dots, R_n), (R'_1, \dots, R'_n)$ が、全単射 $\rho: \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$ による番号の入れ替えに対して、もし全ての i について $R_i = R'_{\rho(i)}$ ならば、 $R = R'$ が成立する。

25) 正の感応性の形式的定義は以下のとおりである。もし $\forall i=1, \dots, n: [xP_i y \Rightarrow xP'_i y] \wedge [xI_i y \Rightarrow xR'_i y]$ かつ $\exists j \in N: [xI_j y \wedge xP'_j y] \vee [yP_j x \wedge xR'_j y]$ ならば、 $[xRy \Rightarrow xP'y]$ が成立する。

メイの証明した定理は以下のものである。

定理 3 (May, 1952). 選択肢の数を 2 とする. このとき, 社会厚生関数が定義域の非制限性, 正の感応性, 匿名性, 中立性を満たすのは, 単純多数決制であるときだけである.

課されている 4 つの条件の独立性は直ちに確認することができる. この定理によって単純多数決制という一つの制度が 4 つの公理に分解され, 「特徴付け」られている. このとき, 4 つの公理は単純多数決制の制度的意味を示す. ここで正の感応性に今一度注目したい. この公理は個人の選好が傾いた方向に社会的選好が傾くことを要求しており, 単純多数決制を特徴付けるために作られた些か人工的な公理という印象を受ける. 多くの研究者が, 正の感応性以外の公理を用いて単純多数決制や特定多数決制をはじめとするその他の民主的決定方法の特徴付けることを試みた²⁶⁾.

これらの研究では選択肢の数が 2 であることが仮定されている. このとき, 推移性は意味を持たない. このような二項的選択の下での特徴付けにおいては, 単純多数決制は社会的合理性を犠牲にするものの, その他の望ましい公理を多く満たしているということの意味付けの基軸としている.

以下では, 選択肢が 3 つ以上の場合の単純多数決制の特徴付けについて考察し, 単純多数決制にとって社会合理性は不利な要件ではなく, むしろに好都合なものになり得ることを検討したい. 極論制限性を満たすような選好の組から成る定義域を**定義域の極論制限性**と呼ぶ. 選択肢が 3 つ以上の際に, 定義域の極論制限性が満たされていれば単純多数決制が整合的な決定を行うことは稲田=セン=パタナイクの結果から明らかである. この定義域においても, メイの定理は成立し, 単純多数決制は正の感応性, 匿名性, 中立性によって特徴づけられる. 次の定理は, このような定義域の下では正の感応性がパレート原理に置換可能であることを述べている.

定理 4 (Cato, 2011b). 社会厚生関数が定義域の極論制限性, パレート原理, 匿名性, 中立性を満たすのは, 単純多数決制であるときだけである.

社会契約論の観点からは, 全会一致の原理こそが多数決制を受け入れるための基礎である. 定理 4 は, 社会合理性が保証されていれば, 全会一致の原理を中核として, 単純多数決制を特徴付けられることを意味する. 社会合理性と単純多数決制を補完的に結びつける多数決の意味付けは, 多数決制の合理的側面を明らかにするものである²⁷⁾.

これらの特徴付け定理は, 数理論理学における真理値表 (truth table) のような役割を

26) Aşan and Sanver (2002, 2006), Miroiu (2004), Woeginger (2003, 2005)などを参照されたい.

27) Maskin (1995)も, 定義域が制限された下での社会合理性と単純多数決制の補完性について検討している. 彼の分析は社会構成員の人数が奇数であること強い選好を持つことに大きく依存しており, 我々の考えている設定より狭いものを想定している.

果たす²⁸⁾。すなわち、個人の選好に対する演算子としての社会制度を複数の条件によって特定化することによって、何を満たして何を満たさないのかを明確にする。真理値表との重要な差異は、社会的選択理論においては1つの制度について複数の特徴付けが可能であるのに対して、真理値表においては論理演算子の「意味」は一意に定まる。このような複数性は、社会的選択理論の semantics においては論理的な意味がその対象なのではなく、社会的「意味」がその対象であることに起因する。

2. 社会的選択理論の構文論的側面

次に、構文論的側面を説明したい。まず、コンドルセのパラドックスと類似した構造をもつ doctrinal paradox と呼ばれる問題について説明したい。ある男性が窃盗罪の被告として裁判に出廷しているような状況を考える。いま、3人の裁判官がおり彼らは多数決で判決を下すものとする。Pとして「男性Aは窃盗を行った」という命題を、Qとして「男性Aは懲役2年」という命題を考えよう。裁判官1は、「P」、「PならばQ」、「Q」という3つの命題の全てについて真であると考えている。一方で、裁判官2は、「P」を真であると考え、「PならばQ」と「Q」については偽であると考えている。最後に、裁判官3は、「PならばQ」については真であると判断し、「P」と「Q」については偽であると考えている。この状況は表8に表現されている。各命題について、多数決をとったものが右側に示されているが、その判断が論理的に破綻していることが確認できる。これが doctrinal paradox に他ならない。この論理的判断の集計の問題は、List and Pettit (2002, 2004) によって探究され、より一般的な不可能性定理に彫琢された²⁹⁾。

以下では、社会的選択理論の形式性を論じるために2つのパラドックスの背後にある「一般的構造」を検討したい。

28) 真理値表との類似性をより鮮明にすることを目的とするならば、制度の外延的な定義を与えることで意味を捉える方が望ましく思われる。すなわち、(選択肢が3つの場合)ルールを定義するには 13^n の選好の組の可能性が存在し、そのそれぞれにどのような社会的選好を割り当てるか特定しさえすればよい。そのようなルールは 13 の 13^n 乗通りの可能性がある。社会的ルールの膨大さについては、鈴木(1982, 2012)を参照されたい。この天文学的な数のルールの差異を 13^n の選好のリストと社会的選好の対応から読み解くのは難しく、このような外延的定義によってルールの「意味」はむしろ分かりにくくなってしまふ。そこで、我々がルールの間の関係を検討するには、上記の外延的定義と内包的定義と間の程度の「定義」、すなわち特徴付けの定理を必要とする。

29) 近年、この問題は盛んに研究がされて、「判断集計」(judgment aggregation)という社会的選択理論の一分野を形成するに至っている。List and Polak (2011)では、doctrinal paradoxを始めとする判断集計の問題の概略が簡潔に述べられている。

表 8 : Doctrinal paradox

	裁判官 1	裁判官 2	裁判官 3	多数決
P	true	true	false	true
P ならば Q	true	false	true	true
Q	true	false	false	false

いま, “true” を 1, “false” を 0 とそれぞれ表せば, 表 8 に示された論理的判断は次の行列に変換できる.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

このように命題の組み合わせを 1 と 0 を要素とする行列によって表現することが可能である. このとき, 各列ベクトルが各個人の論理的判断を表している. そこで, この枠組みにおいて多数決制は以下のような写像 f^* として理解することができる.

$$f^* \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

すなわち, doctrinal paradox において組上へのせられた論理的判断の集計という分析的アプローチは, 0 ないしは 1 を値としてとる有限次元のベクトルの集計として表現され得る. ここで, どのような 0 と 1 の組み合わせも許されるわけではないことに注意する必要がある. 論理的に破綻しているような組み合わせを除けば, 8 通りの全ての組み合わせのうちで論理的に整合的なものは 7 通りであることが分かる. 以下に整合的なベクトルの集合を示す.

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

続いて, 表 1 に示されるコンドルセのパラドックスについて同様の変換を行ってみたい. 選択肢 x, y, z 上に定義される個人の選好を 3 次元縦ベクトルによって表現する. その最初の要素については $yP_i z$ の場合に 1 ととり, $zP_i y$ の場合に 0 をとる. 2 番目の要素については, $xP_i y$ の場合に 1 をとり, $yP_i x$ の場合に 0 をとる. 3 番目の要素については, $xP_i z$ の場合に 1 をとり, $zP_i x$ の場合に 0 をとる. このような手続きによって, $xP_i y P_i z$ という選好は以下のようなベクトルに変換される.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

表1に与えられている個人の選好の組のそれぞれに対して、このような変換を行えば先ほどの行列 H が得られる。そこで、コンドルセのパラドックスは doctrinal paradox を表現するところの (6) と同じ写像によって把握することが可能となる。

つまり、この二つのパラドックスは形式上同一の構造をしている。いま m の事柄について何らかの判断を行う n 人の意見集約を行う状況は、各 x_{ij} が0ないしは1をとるような以下のような各行列 X に対して、ベクトル Y を対応させるような写像で考察できる。

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}$$

この点に着目すれば、全ての可能なベクトルの集合 X_F のなんらかの部分集合 X を合理的判断の集合として特定化しさえすれば、行列からベクトルへの写像は $f^* : X^n \rightarrow X$ と定式化できる³⁰⁾。選好か命題かといった内容に応じて、合理的判断の集合 X は異なってくる。コンドルセのパラドックスで想定しているような強い選好についてベクトルで表現する場合、8通りの組み合わせのうち論理的に整合的なものは6通りである。一方で、doctrinal paradox における判断については、7通りであった。考察している判断の内容によって、論理的に可能なベクトルの集合 X は変化する。

以上のような「構造」に注目することで、アロー的社会的選択理論の形式性が浮かび上がってくる。なんらかの制限により構造が与えられたベクトルの集合 X を想定し、その n 個の要素の組に対して X の要素を対応させるような集計関数 f^* の分析がアロー的枠組みの持つ形式である。社会厚生関数 f に課されたアローの各公理は、この形式的枠組みにおける表現に簡単に翻訳できる³¹⁾。Dokow and Holzman (2009) は、アロー的な不可能性定理が成立するための X の構造について必要十分条件と特定化している。

ここに現前するのは、一定の「構造」を伴った、各要素が1ないしは0の値をとるベク

30) このような代数的枠組みの本格的な研究は Wilson (1975) と Rubinstein and Fishburn (1986) によって発展させられたものであるが、萌芽は May (1954) や Murakami (1968) に見られる。さらに、Samuelson (1967) もアローの枠組みの持つ代数的構造に着目しつつ、社会的選択理論の解釈についての批判を試みた。

31) たとえば、パレート原理を翻訳すれば「もし $x_{k1} = \cdots = x_{kn} = \alpha$ ならば、 $y_k = \alpha$ が成立する」となる。

トルの集合 X であって、合理的選好ではない。もちろん X の構造次第では選好といった解釈は可能であるが、不可能性定理を証明するにあたってそのような意味は必要ない。解釈や意味から離れて、ヒルベルト・プログラムを彷彿させるような形式主義的な記号操作によって制度を捉えようとする側面が社会的選択理論には存在する。我々は、社会的選択理論のこの形式主義的性格を構文論的側面と呼びたい。

IV. 社会的選択理論と民主主義

1. 意味論的側面と構文論的側面の含意

民主主義は、狭い定義において多数決制と解される。民主主義を「政治的決定に到達するための一つの制度的装置」³²⁾ として理解し、その性質を探究するという試みは、18世紀以降に啓蒙主義者達の手によって大きく発展した。この理解のもとでは、「投票がどのようにして、誰によって、誰に対して、なにに基づいて行なわれるべきかを規定すること」³³⁾ が基本的思考となる。このような制度としての民主主義に対してアローの探究はどのような視座を与えるのだろうか。

社会的選択理論の意味論的側面は、アローの分析的枠組みを受け入れたうえで、制度としての民主主義をどのように達成すべきかという考えに我々を導く。この考えに従えば、アローの定理は民主的な制度を設計する上で我々が直面する避けがたい衝突を示している。そこで、我々が民主的な制度を達成するためには、いずれかの公理か社会厚生関数の特性を諦める必要がある。意味論的側面に焦点を合わせることによって、個々の公理の制度的な解釈とそれらが組み合わさった際の含意に注意が向かい、その分析枠組みの内部で意味を確定させる方向に進んでいく。

前節において単純多数決制の公理的基礎付けをいくつか紹介したが、このような分析によって明らかになったのは多数決制という非常に単純な決定方法でさえもその意味が複雑であるということである。不可能性から脱却する第1の方針は、選択肢が2つの場合を想定し、推移性の要請を無効にすることで、社会的合理性については不問に付すというものであった³⁴⁾。循環的社会評価の問題を放棄してしまえば、多数決制は非常に頑健な制度であることが様々な研究者によって明らかにされた。また、定義域の非限定性の下では、多

32) Schumpeter (1950, 邦訳, p. 399).

33) Montesquieu (1748, 野田良之他訳『法の精神 上』岩波書店 [岩波文庫], p. 52).

34) Shapiro (2005) は循環的選好の可能性は否定的に受け止められるべきでないと論じている。

数決への近さと社会的合理性にある種のトレード・オフが存在する³⁵⁾。

しかし、第2の方針は全く異なる制度的意味を民主主義に与える。この方針の下では、単純多数決制と社会的合理性の間の補完性が注目される。社会厚生関数の定義域を限定するのであれば、社会的合理性は多数決制の味方となる。むしろ、単純多数決制は、全会一致の原理によって支持されるような制度の中で社会的合理性を満たす唯一の制度となり得る。これら2つのアプローチによって示唆されるのは、単純多数決制と社会的合理性が対立する概念かどうかについては、他の公理との関係に依存しているということである。単純多数決制という多数決制のなかの特殊なケースに限定した場合でも、民主的制度は複雑で多様な意味を持つ。民主主義の制度的意味を理解する上で、意味論的側面は大きな役割を果たす。

一方で、社会的選択理論の構文論的側面は、アローの枠組みが啓蒙主義的で、形式主義的な性質を持つことを我々に喚起し、制度としての民主主義に対する疑念を抱かせる。極端な形式性は、「合理性」とは0と1の二項的評価のベクトルに対する制約に過ぎず、制度とはその二項的評価を集計する操作に過ぎないことを我々に自覚させる。そして、社会的選択理論の志向するものが近代における壮大なプロジェクトの一部だったことを想起させる。それを志向することで、むしろ、さまざまな概念を形式的に把握しようとする啓蒙主義の残滓を打ち砕くというのがアローの不可能性定理の意味なのではないか³⁶⁾。

この見方に従えば、アローの不可能性定理は、制度/形式によって民主主義を理解することが不可能であるということを示している。すなわち、形式主義的な民主主義の理論が不可能であるというのがアローの定理の意味である。この解釈のもとでは、各々のアローの公理は制度としての民主主義にとって道理に適ったものであり、それを探究する限りにおいては不可能性定理は制度としての民主主義が不可能であることを述べている。この定理によって示唆されるのは、人間の社会的営為である民主主義を形式的な制度によって把握することがそもその誤りであったということである。アローの不可能性定理は、民主主義に意味をもつというより民主主義理論に対して意味をもつ。

35) Cato and Hirata (2010) は選択肢の数が3つ以上で定義域の非制限性が満たされている際の、社会的合理性の度合いと可能な社会的決定方法の関係について明らかにした。三項非循環性という非常に弱い社会的合理性の要件のもとでは3分の2多数決制が定義域の非制限性、パレート原理、匿名性、中立性といった公理を満たしている。しかし、三項非循環性から合理性の要件を強めていけば社会的決定を下す際の必要賛成人数が徐々に大きくなっていき、準推移性の下では全会一致のときのみ判断を下すことが許される。この結論は、定義域の非制限性のもとでは社会合理性の程度が強ければ強いほど、可能な社会的決定方法が単純多数決制から乖離していくことを意味する。

36) Sen (2009) は社会的選択理論によるアプローチが社会契約論に代表される啓蒙主義と異なることを主張している。センによれば啓蒙主義が完全なる正義を志向するのに対して、社会的選択理論は実現可能な改善に目を向ける。センが2つのアプローチの差異に注目しているのに対して、我々は重複に注目している。

民主主義の理論の代替的なアプローチは討議による民主主義という考え方である。すなわち、「民主主義の広い理解において中心的課題は政治参加であり、対話であり、公共的相互作用だということである」³⁷⁾。現在多くの政治哲学者が、制度としての民主主義ではなく、討議によって民主主義を理解する立場を支持している (Sen, 2009, 15 章)。

アマルティア・センが『正義のアイディア』において強調するように、社会的選択理論は公共的推論を促進しうる。「コンドルセの投票のパラドックスや、もっと汎用的なアローの不可能性定理などの不可能性を示す結果は、これらの問題をどう解決すべきか、どのような種類のことを考慮し、精査する必要があるのかについての公共的議論に貢献するために考えられたもの」³⁸⁾と解釈できる。さらに、特徴付け定理を通じてさまざまな公理を公共的議論の俎上に載せることは制度の意味を理解していくことを促しうる。社会的選択の意味論的側面を討議することによって、多数決制といった制度の持つ多面的な意味を自覚し、検討することが可能となる。

社会的選択理論を通じた公共的推論は、社会的結果ではなく、制度あるいは制度の特性に関するものとなることに注意する必要がある。社会的選択理論は、各々の場合における望ましい代表者や政策についての分析ではなく、望ましい代表者や政策をどのようにして決めるべきかについての方法に関する分析である。これはこの理論の持つ先験的特徴の一つであるが、このような制度に関する推論は社会契約論の著しい特徴でもあった。社会契約論が土台としている自然状態や原初状態を現実の社会に生きる社会構成員が想像することは非常に難しい。それに比べて、社会的選択理論を通じて討議することは、我々が生身の人間として制度を比較検討するための実践的な機会を形成する。そこで、社会的選択理論を通じた討議は、より柔軟な社会契約の実践の場となりうる。

しかし、このような討議による実践には注意が必要である。社会的選択理論の形式性は、民主主義の実質的内容について目を背けさせる傾向を持つ。例として、フランス革命を引き金にして引き起こされた、全会一致の原理の妥当性を巡る論争について考えてみたい。エドモンド・バークは、現代世代のみによる全会一致を否定することでフランス革命における集団的意思決定を非難した。

確かに社会は一つの契約である。従属的で単なるその場限りの利益のための契約は、任意に解除されてもよいだろう。だが、国家は例えば胡椒やコーヒーの、キャラコや煙草の取引やその他の卑俗な用途の物品のように、細かい一時的利益のために締結されて当事者の意向一つで解約される程度の共同事業協約と考えらるべきではない。そ

37) Sen (2009, 邦訳, p. 462).

38) Sen (2009, 邦訳, p. 175).

れは、別種の崇敬の念でおのずと仰ぎ見らるべきである。事実、これは一時的な壊れ易い本性の粗野な動物的存在に資するに過ぎない物事の共同事業では断じてない。それはあらゆる学問、あらゆる芸術の共同事業、すべての美德、すべての完徳における共同事業である。この種の共同事業の目的は、数多の世代を経ても達成されないから、それは単に生きている人々の間のみならず、現に生きている者とすでに死去した者や今後生まれる者との間の共同事業となる。(Burke, 1790, 邦訳(上巻), pp. 177-178)

パークの主張に対してトマス・ペインは次のように書いた。

すでにこの世を去って行った人びとと、いまだに訪れてきていない人びとは、互いに遠くかけ離れていて、人間の想像力の及ぶかぎりの距離が両者を分け隔てているものだ。そうだとすると、両者のあいだに、いったいどのような義務が存在し得るのだろうか。一方は、すでに存在から出て行き、いま一方はいまだに存在の中に入ってはきていず、したがって、両者がこの世で顔を合わせることは絶対ないにもかかわらず、この二つの存在しないものの一方が、いま一方を時の終わりまでも支配する、などという規則ないしは原理を、いったいどうして設けることができるのだろうか。

(Paine, 1792, 邦訳, pp. 26-27)

このような論争は、民主的制度の探究にとって大きな意味を持つ。パークが反対しているのはあくまでも現在生きている社会構成員のみによる全会一致制である。現在世代の構成員の集合だけでなく、将来世代と過去世代を足し合わせた全体の構成員を考え、それに対して全会一致の原理を適応することについてはパークは否定していない。この点に留意すれば、パークとペインが議論しているのは、全会一致制の妥当性ではなく、どのような社会構成員を想定して全会一致の原理を適応するかという点と見ることができる。アロー的な枠組みにおいては、社会構成員の集合は先験的に与えられており、その世代的な構造自体に関わらず定理が成立する。パークが現代世代だけによる全会一致制を認めないのであれば、全世代を足し合わせた社会選択を考えればよいし、その場合にアローの公理を受け入れるのであれば不可能性定理によって悲観的な結果をもたらす。その定理が適切なものであるかは各々が場合に応じて公理の妥当性を吟味することで判断すればよいとしてしまふことによって、公理論的方法は先験的に与えられた要素についてその解釈を不問にする傾向を持つ。そこで、社会的選択理論を通じた討議は、公理間の比較だけではなく、その実質的内容について精査し、検討を加えつつ行われる必要がある。

2. 討議による統治

討議による統治という民主主義の代替的視座が大きな可能性を開くことは疑い得ない。

このような民主主義の考え方は、制度として硬直的に捉える考え方と異なり、プロセスとして柔軟に捉えることを許す。しかし、討議はそのプロセスにおいて何の問題も起こさないのだろうか。

ここでは、討議が非常に悪い形で循環する可能性を示し、討議の困難性を例示したい。いま、表9に示されるような選好を持つ個人からなる社会を想定する。この選好の組は単純多数決制において社会的選好の循環を生み出すものに他ならない。社会構成員は自分たちの選好を申し出て熟議するものと想定しよう。こうした熟議によって、各個人は自分以外の個人が主張した選好とその理由を検討し、自分自身の選好を変更する。このような熟議は、各個人がなんらかの集計を行うことを意味する。このとき、社会構成員の人数と同じだけの社会厚生関数が存在し、各人がアローの不可能性定理に直面することとなる。そこで、もともと全員が合理的選好を持っていたとしても、討議の結果として不合理な選好に変更してしまう可能性を持つ。これが討議における第1の問題である。

より重要な第2の問題を検討したい。いま考えている状況では、「個人的」社会厚生関数なので、「社会的」社会厚生関数の場合に比べて個人の選好を基数的に扱うことの規範的重みが軽いと考えられる。そこで、個人が不合理な選好に変更してしまうことを避けるために、二項独立性を緩め、功利主義的な方法で他の個人の選好を集計するものとしよう。いま、討議の結果として、各個人は自分以外の個人の選好をボルダ・ルールによって集計するものとする³⁹⁾。たとえば、個人1は個人2と個人3の選好をボルダ・ルールで集計し、 xP_1yP_1z から zP_1yP_1x へと選好を変更する。このような討議による集計を各人が行うとすれば、表10が得られる。表10もコンドルセのパラドックスを生み出すような選好の組となっていることに注意されたい。このうえで、もう一度討議によって各人が同様の手続きで集計すれば、表9が得られることが直ちに確認できる⁴⁰⁾。そこで、いくら討議を繰り返しても、それぞれコンドルセのパラドックスを与える選好の組となるような表9と表10を「循環」するだけである。ゆえに、討議は堂堂巡りし収束しない。

39) 単純多数決制では集計され得ないことに注意されたい。たとえば、個人1が個人2と個人3の選好を単純多数決制で集計するとする。その結果、 zPx, xIy, yIz という選好が帰結し推移性を満たさない。

40) 我々が想定した集計方法は恣意的なものであり、各人が自分自身の選好を集計の対象から除外しているという点で望ましい討議が行われているとは言い難い。各人は、非常に感化されやすく自分以外の意見のみでものを意見を形成してしまっている。しかしながら、別の集計方法でも同様の問題が起こりえることは簡単に確認できる。たとえば、個人1は自分自身と個人2の選好を集計し、個人2は自分自身と個人3の選好を集計し、個人3は自分自身と個人1の選好を集計するような場合がそれである。

表 9：討議のパラドックス (1)

個人 1	個人 2	個人 3
x	y	z
y	z	x
z	x	y

表 10：討議のパラドックス (2)

個人 1	個人 2	個人 3
z	x	y
y	z	x
x	y	z

ここで、このような討議の循環に対する批判をいくつか考えてみたい。第 1 に、討議の過程においては各人が他人の「理由」を検討することに重きが置かれるべきであって、他人の選好のみを検討している上述の過程は討議の本質を捉えていない、という主張について考察したい。我々の分析において、討議によって選好を集計しているという想定はあくまでも単純化のためのものである。討議において表明される自身の選好を持つ「理由」は論理的なものである必要があることに留意すれば、命題の集計を含んだ過程を構成することで理由の検討を討議に導入することができる。しかしながら、命題の集計問題についてもコンドルセのパラドックスのパラフレーズである doctrinal paradox が存在するために、理由の表明とその集計が「討議の循環」から逃れるための道を与えるとは想像し難い。

第 2 に、この討議における循環は各個人の集計にバイアスがあることに決定的に依存しており、各個人が同質的に集計を行えば必ず 1 回限りの討議によって、全員が同じ選好となることが保証されるという主張について検討する。たとえば、表 9 から始めて、各個人がボルダ・ルールによって全員の選好を集計すれば、それぞれの選好は xI_1yI_2z となる。そこで、各人が討議によって再び集計したとしても選好は変更されず、討議は安定したものとなっている。しかし、各個人が討議の下で全ての個人の選好を隈なく検討し同質的に集計すると仮定するという事は、本質的に 1 つの社会厚生関数で集計するというアロー的アプローチに立ち戻ることに他ならない。従って、このような方向性は、討議による民主主義に豊かな集団的意思決定の枠組みを与えることなく、形式的にアロー的社会的選択理論と同一のものに縮約させる。あくまでも討議が制度でない以上、各人が多様に集計することが肝心なのである。

最後に、現実の討議には常に不確実性が存在するため確率的要素を考慮に入れることで問題が解決できるという主張について検討したい。実際に、各人の選好が他人の意見に影響を受けつつもどのような選好にもなる可能性があれば、有限回の討議によって意見は収

束しうる。この点は論理的には正しいが、このような形で問題を解決することは、形式的な制度の構築が不可能であるならば賽を振って社会的決定を行えばよいと考えていることに他ならない。また、討議によるデモクラシーの本質を便利な賽である点だとする、このような主張は到底受け入れ難い。さらに、このような社会的選択理論に確率論的要素を含めることで集合的意思決定の不可能性から脱却するという試みは古くからあり、制度としての民主主義と討議としての民主主義の差異を見失わせてしまう⁴¹⁾。

V. 終わりに

ロバート・ダールは民主主義の5つの要件として、(i) 実質的な参加、(ii) 平等な投票、(iii) 政策とそれに代わる案を理解する可能性、(iv) アジェンダの最終的な調整の実施、(v) 全成人の包括的参画を挙げた (Dahl, 1998)。第1の要件は、自分の見解を他の社会構成員に理解してもらい機会を述べている。第2の要件は、投票の際に各個人が等しく扱われなければならないことを述べている。第3の要件は、各個人が社会的選択肢を理解する機会を述べている。第4の要件は、アジェンダを設定する機会が開かれていることを要求している。第5の要件は、社会構成員全員が4つに参加できることを要求している。

5つのうちのいくつかの要件は民主主義が社会的営為のプロセスであるということと関わっており、いくつかの要件は民主主義が制度であるということと関わっている。また、選択肢の理解やアジェンダの設定などは、制度について相互に了解をとるプロセスが必要であることを述べている。このようなダールの考え方は、民主主義の概念が多面的であって、制度的な側面と相互理解としての側面が複雑に交錯していることを表現している。

こうした民主主義の多面性に呼応するように、アローの不可能性定理を中核とする社会的選択理論も多面的側面を持つ。本稿では、二つの側面に焦点を当てた。意味論的側面は、我々を社会的選択理論の内部に留めて、多数決制に代表される民主的制度の公理的意味を問うことを志向させる。一方で、構文論的側面は、我々を社会的選択理論の外部に引き出して、制度としての民主主義という考え方の妥当性を問うことを促進する。これら二つの側面は、それぞれ民主主義の意味を巡って相互に関連している。こうした事実は、社会的選択理論が民主主義の理解のための理論的道具であることを示唆する。

我々がアローの不可能性定理の解釈を考察しようとするとき、「民主主義とは何か」と

41) 確率論的アプローチの代表的文献としては、Intriligator (1973) や Gibbard (1977) が挙げられる。

という問いの答えを予め知りたいという願望に駆られる。この類の願望は、さまざまな問題において順序立てて思考し、論理的に分析を進めていく上で美德である。ところが、我々の考察している問題においてはそうではないように思われる。「不可能性の意味とは何か」という問いと「民主主義とは何か」という問いが相互に関連しているのために、二つの問いを行きつ戻りつ検討する必要があるという見方が本稿で主張したいことの一つであった。

参考文献

- [1] Arrow, K.J. (1951), *Social Choice and Individual Values*, Wiley, New York (2nd ed., 1963). (長名寛明訳『社会的選択と個人的評価』日本経済新聞社, 1977年)
- [2] Arrow, K.J. (1983), *Social Choice and Justice*, Belknap Press.
- [3] A. san, G. and Sanver, M.R. (2002), Another characterization of the majority rule. *Economics Letters*, 75, 409-413.
- [4] A. san, G. and Sanver, M.R. (2006), Maskin monotonic aggregation rules. *Economics Letters* 91, 179-183.
- [5] Barberá, S. (1980), Pivotal voters: A new proof of arrow's theorem, *Economics Letters* 6, 13-16.
- [6] Black, D. (1948), On the rationale of group decision-making, *Journal of Political Economy* 56, 23-34.
- [7] Blau, J.H. (1957), The existence of social welfare functions, *Econometrica* 25, 302-313.
- [8] Blau, J.H. (1972), A direct proof of Arrow's theorem. *Econometrica* 40, 61-67.
- [9] Buchanan, J.M. (1954) Social choice, democracy, and free markets, *The Journal of Political Economy* 62, 114-123.
- [10] Burke E. (1790), *Reflections on the Revolution in France*. London: Penguin Books, 1968. (中野好之訳『フランス革命についての省察 上・下』岩波書店 [岩波文庫], 2000年)
- [11] Campbell, K. and J.S. Kelly (2002), Impossibility theorems in the Arrovian framework, in: K.J. Arrow, A.K. Sen, and K. Suzumura (eds.), *Handbook of Social Choice and Welfare* Vol.1, North-Holland, Amsterdam, 35-94.
- [12] Cato, S. (2010), Brief proofs of Arrovian impossibility theorems, *Social Choice and Welfare* 35, 267-284.
- [13] Cato, S. (2011a), Social choice without the Pareto principle: a comprehensive analysis, *Social Choice and Welfare*, forthcoming.
- [14] Cato, S. (2011b), Pareto principles, positive responsiveness, and majority decisions, *Theory and Decision* 71, 503-518.
- [15] Cato, S. (2012), Quasi-decisiveness, Quasi-ultrafilter, and Social Quasi-orderings *Social Choice and Welfare*, forthcoming.
- [16] Cato, S. and Hirata, D. (2010), Collective choice rules and collective rationality: a unified method of characterizations, *Social Choice and Welfare* 34, 611-630.
- [17] Cato, S. and Otaki, M. (2012), The Wold metric in a homothetic environment, mimeographed.
- [18] Dahl, R.A. (1998), *On Democracy*, Yale University Press. (中村孝文訳『デモクラシーとは何か』岩波書店, 2001年)
- [19] Dokow, E. and Holzman, R. (2010), Aggregation of binary evaluations, *Journal of Economic Theory* 145, 495-511.
- [20] Fleurbaey, M. and Mongin, P. (2005), The news of the death of welfare economics is greatly exaggerated, *Social Choice and Welfare* 25, 381-418.
- [21] Geanakoplos, J. (2005), Three brief proofs of Arrow's impossibility theorem, *Economic Theory* 26, 211-215.
- [22] Gaertner, W. (2006), *A Primer in Social Choice Theory*. Oxford University Press.
- [23] Gibbard, A.F. (1973), Manipulation of voting schemes: A general result, *Econometrica* 41, 587-601.
- [24] Gibbard, A.F. Manipulation of schemes that mix voting with chance, *Econometrica* 45, 665-681.
- [25] Inada, K. (1969), The simple majority decision rule, *Econometrica* 37, 490-506.
- [26] Intriligator, M.D. (1973), A probabilistic model of social choice, *Review of Economic Studies* 40, 553-560.

- [27] Kemp, M.C. and Ng, Y.K. (1976), On the existence of social welfare functions, social orderings and social decision functions, *Economica* 43, 59-66.
- [28] List, C. and Pettit, P. (2002), Aggregating sets of judgments: An impossibility result, *Economics and Philosophy* 18, 89-110.
- [29] List, C. and Pettit, P. (2004), Aggregating Sets of Judgments: Two Impossibility Results Compared, *Synthese* 140, 207-235.
- [30] List, C. and Polak, B. (2010), Introduction to judgment aggregation, *Journal of Economic Theory* 145, 441-466.
- [31] Maskin, E.S. (1995), Majority rule, social welfare functions, and game forms. In K. Basu, P.K. Pattanaik, & K. Suzumura (Eds.), *Choice, welfare, and development: A festschrift in honour of Amartya K. Sen* (pp. 100.109). Oxford: Oxford University Press. [32] May, K.O. (1952), A set of independent necessary and sufficient conditions for simple majority decision, *Econometrica* 20, 680-684.
- [33] May, K.O. (1954), Intransitivity, utility, and the aggregation of preference patterns, *Econometrica* 22, 1-13.
- [34] Malawski, M. and Zhou, L. (1994), A note on social choice theory without the Pareto principle. *Social Choice and Welfare* 11, 103-107.
- [35] Miroiu, A. (2004), Characterizing majority rule: From profiles to societies. *Economics Letters* 85, 359-363.
- [36] Montesquieu, C.L., *Baron de, 1748. The Spirit of the Laws* (available in English from Cambridge University Press, Cambridge, 1989). (野田良之・稲本洋之助・上原行雄・田中治男・三辺博之・横田地弘訳『法の精神 上中下』岩波書店 [岩波文庫], 1989年)
- [37] Murakami, Y. (1968), *Logic and Social Choice*, Routledge.
- [38] Paine, T. (1792) *Rights of Man*. (available in English from Dutton, New York, 1951) (西川正身訳『人間の権利』岩波書店 [岩波文庫], 1971年)
- [39] Reny, P.J. (2001), Arrow's theorem and the Gibbard-Satterthwaite theorem: A unified approach, *Economics Letters* 70, 99-105.
- [40] Rubinstein, A. and Fishburn, P.C. (1986), Algebraic aggregation theory, *Journal of Economic Theory* 38, 63-77.
- [41] Samuelson, P.A. (1983), *The Foundations of Economic Analysis: Enlarged Edition*, Cambridge, Mass., Harvard University Press. (佐藤隆三訳『経済分析の基礎 増補版』勁草書房, 1986年)
- [42] Samuelson, P.A. (1967), Arrow's Mathematical Politics, in S. Hook (ed.), *Human Values and Economic Policy*, New York, New York University Press. (篠原三代平・佐藤隆三訳『サミュエルソン経済学体系 7』勁草書房, 1991年, 所収)
- [43] Samuelson, P.A. (1977), Reaffirming the existence of "reasonable" Bergson-samuelson social welfare functions, *Economica* 44, 81-88.
- [44] Schumpeter J.A. (1950), *Capitalism, Socialism and Democracy*, Routledge. (中山伊知郎・東畑誠一訳『資本主義・社会主義・民主主義』(新装版) 東洋経済新報社, 1995年)
- [45] Satterthwaite, M.A. (1975), Strategy-proofness and Arrow's conditions: Existence and correspondence theorems for voting procedures and social welfare functions, *Journal of Economic Theory* 10, 187-217.
- [46] Sen, A.K. (1969), Quasi-transitivity, rational choice and collective decisions. *Review of Economic Studies* (36), 381-393.
- [47] Sen, A.K. (1970), *Collective Choice and Social Welfare*. Holden-Day San Francisco. (志田基与師監訳『集合的選択と社会的厚生』勁草書房, 2000年)
- [48] Sen, A.K. (1986), Social choice theory, in: K.J. Arrow, M.D. Intriligator (eds.), *Handbook of Mathematical Economics*, Vol.3, North-Holland, Amsterdam, 1073-1181.
- [49] Sen, A.K. (1995), Rationality and social choice, *American Economic Review* (85) 1-24.
- [50] Sen, A.K. (1999), The possibility of social choice, *American Economic Review* 89, 349-378.
- [51] Sen, A.K. (2009), *The Idea of Justice*, Harvard University Press. (池田幸生訳『正義のアイデア』明石書店, 2011年)
- [52] Sen, A.K. and Pattanaik, P.K. (1969), Necessary and sufficient conditions for rational choice under majority decision, *Journal of Economic Theory* 1, 178-202.

- [53] Shapiro, I. (2005), *The state of democratic theory*, Princeton University Press. (中道寿一訳『民主主義理論の現在』慶應義塾大学出版会, 2010年)
- [54] Suzumura, K. (1983), *Rational Choice, Collective Decisions, and Social Welfare*, Cambridge University Press.
- [55] Woeginger, G.J. (2003), A new characterization of the majority rule. *Economics Letters* 81, 89-94.
- [56] Woeginger, G.J. (2005), More on the majority rule: Profiles, societies, and responsiveness. *Economics Letters* 88, 7-11.
- [57] Wilson, R. (1972), Social choice theory without the Pareto principle, *Journal of Economic Theory* 5, 478-486.
- [58] Wilson, R. (1975), On the theory of aggregation, *Journal of Economic Theory* 10, 89-99.
- [59] 鈴木興太郎 (1982)『経済計画理論』筑摩書房
- [60] 鈴木興太郎 (2009)『厚生経済学の基礎—合理的選択と社会的評価』岩波書店
- [61] 鈴木興太郎 (2012)『社会的選択の理論・序説』東洋経済新報社
- [62] 鈴木興太郎・後藤玲子 (2001)『アマルティア・セン—経済学と倫理学』実教出版
- [63] 吉原直毅「アマルティア・センと社会的選択論」『アマルティア・センの世界』(絵所秀紀, 山崎幸治編) 晃洋書房, 2004年5月, pp.51-82