金融の不安定性と景気循環
——Bernanke and Gertler（1989, AER）の確率的動学分析——

櫻　川　昌　哉*

概　要

この論文では，Bernanke and Gertler（1989, AER）の確率的動学モデルの分析を通じて，銀行部門の不安定性と景気循環の相互作用のメカニズムを明らかかする．銀行がマクロショックに直面しかつそのリスクを預金者に移転できないとき，マクロリスクは銀行部門を直撃する．銀行と借り手企業家だけでなく銀行と預金者との間にもインセンティブ問題が発生し，預金者による銀行取り付けが最適契約の一部として導かれる．取り付けによって生じる資本の喪失と借り手の自己資本の減少が引き起こす負のバランスシート効果の相互作用が景気の変動を生み出す．バランスシート効果のみに焦点を当てている Bernanke and Gertler が描写した世界よりも，不況はより持続的にかつ深刻になることが明らかにされる．

キーワード

世代重複モデル，金融契約，マクロリスク，銀行取り付け，確率的動学均衡

1. はじめに

Bernanke and Gertler（1989, AER, 以下 B-G）は，その先駆的論文で，銀行部門とマクロ経済の相互作用を分析し，銀行貸出，総投資，総産出の間にある景気循環の波及メカニズムを明らかにしている．借り手の自己資本の増加が銀行貸出を促進するチャネルに着目することによって，銀行依存型経済が持続的な景気循環を実現するメカニズムを解明し，そしてその成果はその後多くの興味深い研究を生み出すことになる[1]．B-G が提示した

* 慶応義塾大学経済学部教授　E メール：masaya@econ.keio.ac.jp.

1） 例えば，Calstrom and Fuest（1997），Kiyotaki and Moore（1997）など．

のは，Diamond（1965）モデルに貸出市場の不完全性を導入し，さらにマクロ的な生産性ショックを導入した確率的世代重複モデルである．景気循環と銀行部門の不安定性（例えば，銀行破綻や取り付けなど）の相互作用を理解するための格好の分析道具を提示しているのだが，B-G はこの課題に答えていない．

銀行は，預金者との間で預金契約を締結するに際して，マクロショックに条件付けした契約を結ぶことはむずかしい．マクロリスクを預金者に移転できない銀行は直接その影響を受け，自由競争の銀行システムでは，景気停滞の局面で銀行危機が頻発することになる．Gorton（1988）は，アメリカの歴史を例に取りながら，銀行危機は景気循環の下方局面で生じていると指摘している．最近起きたいくつかの金融危機も彼の説と整合的である．1990 年初頭に起きたフィンランド，スウェーデン，日本で起きた金融危機は，いずれも株価や不動産価格などの資産価格の下落に端を発している．マクロリスクの対処に弱点をもつ銀行依存型経済を念頭におきつつ，金融危機と景気循環の相互作用を分析することは重要でかつ興味深い課題といえる[2)]．

B-G は，金融部門をモデル化するにあたって，Townsend（1979）を嚆矢とする CSV（Costly-State-Verification）アプローチを利用しているが，銀行の内生的導出を論じている Diamond-Williamson モデルの性質を必ずしも踏襲していない．B-G は，むしろ投資家によってなされる債権回収活動は外部から観察可能であると仮定することによって銀行の存在には明示的には触れていない[3)]．B-G はさらに，マクロショックが起きるタイミングを金融契約が履行されて収益が分配されたのちであると仮定することによって，金融契約がマクロショックの変動に影響されないように工夫を試みている[4)]．B-G は，以上のような設定上の工夫をへて，借り手の資産内容が銀行の貸出行動を通じてマクロ経済全体に及ぼす影響に焦点をあてている．

この論文の目的は，B-G と異なり，銀行がマクロリスクの影響を直接被る経済における景気循環メカニズムを分析することである．そのためにまず，投資家の債権回収活動は投資家自身の私的情報であると仮定し，さらにマクロショックは金融契約が終了する以前に生じると仮定している．これら 2 つの仮定を設けることによって，銀行部門の不安定

2）もう一方の研究の流れは，金融部門の不安定性を銀行パニックの議論として位置づけ，Diamond-Dybvig タイプの銀行取り付けモデルのなかで分析している．例としては，Diamond and Dybvig（1983），Chari and Jagannathan（1988），Hellwig（1994），Alonso（1996），Allen and Gale（1998）などを挙げることができる．

3）B-G は脚注 7（p17）でこの点を指摘している．“銀行” によってなされる債権回収活動が外部から観察可能であれば，“銀行” の行動は “預金者” からガラス張りであり，費用をかけて “銀行” を監視する必要がなくなるため，銀行を設立する根拠がなくなる．Diamond-Williamson モデルでは，この監視費用を節約する制度的工夫として，大規模な銀行の存在が位置づけられている．

性と景気循環の相互作用を理解するための枠組みを提示することが可能となる.

マクロショックは一般に，契約の当事者にとって観察可能（observable）ではあるが，裁判所などの第3者が立証不可能（unverifiable）な事象であり，マクロショックに条件づけした契約を締結することは困難である．実際，銀行と借り手の間で，マクロ経済変数に条件づけした債務契約が締結されることはまれであり，むしろ将来のマクロ経済状態とは独立に一定の支払いを義務づける契約を結ぶのが一般的である.

こうした環境のもと，Krasa and Villamil（1992）や Sakuragawa（2002）が分析しているように，銀行となる投資家は，借り手企業だけでなく預金者との間にもインセンティブ問題に直面し，最適契約の組み合わせを同時に設計していかなければならない[5]．預金者は，不況期に元利の支払のできない銀行に対して取り付けを行うことによって，好況期に約束された金額を支払うように規律付けをはかる[6]．Diamond（1984）や Williamson（1986）が銀行破綻のない世界を描いているのとは対照的に，費消的な銀行取り付けが最適契約として位置づけられる.

自由競争下の銀行システムのもとでの均衡の確率的な動学が分析される．銀行取り付けの過程で資本が費消すると仮定すると，取り付けによって生じる資本の"喪失"と借り手の自己資本の減少が引き起こす負のバランスシート効果の相互作用によって，B-G が描写した世界よりも，不況はより持続的にかつ深刻になることが明らかにされる.

論文の構成は以下の通りである．第2節ではモデルの説明をおこなう．第3節では金融契約について分析する．第4節では，モデルの確率的性質が分析される.

---

4) こうした時間の流れを仮定することによって，金融契約はマクロショックの平均値をもとに締結されかつ履行されることになる．ショックが生じるのは生産の次の局面であり，B-G では，最終財を生産する企業がショックを被ることになる．彼らは以下のように記述している．"it makes things a bit simpler to assume that project outcomes are realized, announcements are made, and auditing takes place before the current value of $\tilde{\theta}$ is known; thus, incentive constraints relevant to decisions in t need depend only on expected values of functions of $\tilde{\theta}_{t+1}$" (p17)．しかしながら，B-G には，最終財企業がマクロショックをどのように生産要素への支払いに反映させるのか正確な記述がない．特に，平均よりも低いショックが生じたとき，資本財に対して平均値 $\tilde{\theta}$ に条件付けして支払ってしまうと，もし実際の限界生産性に等しい賃金を労働者に支払おうとすれば，企業は赤字になってしまう.

5) Krasa and Villamil（1992）と Sakuragawa（2002）はいずれも，Diamond-Williamson モデルの枠組みで，銀行が信用リスクを十分に分散できないときの借り手企業，銀行，預金者の間の最適契約を分析しており，銀行は，借り手企業だけでなく，預金者との間でも債務契約を結ぶことになり，最適契約が預金者による取り付けを許容することを明らかにしている．なお，Krasa and Villamil（1992）は，借り手企業家の数が有限であるために，銀行が信用リスクを十分に分散できない世界を描写し，Sakuragawa（2002）は，マクロショックに条件付けした契約を結べない世界を仮定することによって，銀行が信用リスクを十分に分散できない世界を描写している.

6) 取り付け行動が銀行のモラルハザードを防ぐ規律付け機能を果たすという視点は，Diamond and Rajan（2000）にも見られる.

2. The Model

無限期間にわたって存続する世代重複経済（an economy of overlapping generations ）を想定する．各期 $t = 0, 1, 2, \cdots, \infty,$ において，毎期，無数の経済主体が生まれ，かれらは2期間生きる．人口成長はない．

最終財を生産する企業は，毎期，資本と労働を生産要素として最終財を生産する．企業の技術は規模に関して収穫一定であり，$Y_t = \theta_t F(K_t, N_t)$ で表される．ここで K_t と N_t はそれぞれ総資本と総労働，Y_t は最終財の総産出量である．k_t を一人当たり資本，y_t を最終財の一人当たり産出量とすると，生産関数はさらに一人当たりを単位として，$y_t \equiv Y_t/L_t = \theta_t F(K_t/L_t, 1) = \theta_t f(k_t)$ と表される．ここで y_t は最終財の一人当たり産出量を，k_t は一人当たり資本を表す．総要素生産性を表す θ_t は，i.i.d. の確率変数であり，確率 q_H で θ_H の値を，確率 q_L で θ_L の値をとる．θ_H は θ_L に比べて十分に大きな値であると仮定する．$f(.)$ は微分可能で増加的で，凸性を満たし，$f(0) = 0$ と $\lim_{k_t \to 0} f'(k_t) = +\infty$ を満たす．生産技術は一次同次性を満たしており，最終財の生産は，競争的な市場で価格受容者（price taker）として行動する唯一の巨大企業の行動として記述することができる．その企業の利潤最大化行動の結果として，各生産要素は限界生産性に等しい支払い額を受け取る．

(1a)　$R_t = \theta_t f'(k_t),$

and

(1b)　$W_t = \theta_t \{f(k_t) - k_t f'(k_t)\} \equiv \theta_t w(k_t),$

なお R_t は資本に対する収益率を，W_t は賃金率を表す．資本は1期間生産で使われた後に完全に減耗するとする．最終財をニュメレールとする．投資財の価格は資本の限界生産性 R_t に等しい．

第1期目の始めに，各主体は1単位の労働時間を労働市場で非弾力的に供給し，賃金所得を稼ぐ．t 期に生まれた主体は効用 $u_t \equiv c_{t+1} - e_{t+1}$ の期待値を最大にするように行動する．ここで c_{t+1} は老年期の消費を，e_{t+1} は情報開示活動に費やされた労力の大きさを表す．若い世代が稼いだ賃金所得はすべて貯蓄される．主体は「有限責任性（limited liability constraint)」で保護されている．

各主体は I 単位の最終財を1期後に資本財に変換させる投資プロジェクトを着手する

ことができる．この投資プロジェクトは投入量に関して分割不能であり，投入量が I 単位に満たないとき，産出量はゼロである．資本財の産出量は確率変数であり，確率 π_2 で k_2 の値を，また確率 π_1 で $k_1(< k_2)$ の値をとる．産出量の平均値を $k \equiv \pi_2 k_2 + \pi_1 k_1$ としるす．単純化のために，$k_1 = 0$ であると仮定する．投資サイズ I は主体ごとに異なっており，その分布は $[\underline{I}, \overline{I}]$ の領域で正の密度 $g(I)$ をもつ連続微分可能な確率分布関数 $G(I)$ で表される．各 I ごとに，加算無限個の主体が存在する．

すべての主体が企業家になるわけではない．企業家になると決めた主体は投資プロジェクトを他人からの借入れで企てる．一方，投資家になると決めた主体は，若年期に稼いだ所得を他人に貸すか，あるいは金利ゼロの海外資産に投資する．

情報構造は標準的な CSV（costly-state-verification）アプローチの世界を想定する．この手法は Townsend（1979）に始まり，その後 Gale and Hellwig（1985）and Williamson（1986）によって発展を見ることになる．投資プロジェクトの収益は外部の人間からは立証不可能であるとする．立証には費用がかかり，他人の投資収益を立証するために，γR_t の努力を費やさなければならない．立証費用は投資財を基準に測られるが，これは計算上の便宜である[7]．

3. Two-Sided Contracts and Bank Runs

Diamond（1984）や Williamson（1986）に代表される CSV モデルの世界では，投資家が個別に貸付をおこなったとき，借り手の破産に際して発生する立証費用の重複を除去する制度的工夫として銀行が位置づけられる．彼らが導き出した銀行は貸出リスクの除去にほぼ成功しているけれども，マクロショックに条件付けした契約を結ぶことができないとき，銀行は貸出リスクを完全に除去することができない．Krasa and Villamil（1992）や Sakuragawa（2002）が分析しているように，銀行が貸出リスクを完全に除去できないとき，銀行となる投資家は，借り手企業だけでなく預金者との間にもインセンティブ問題に直面し，最適契約の組み合わせを同時に設計することになる．

まず，借り手企業と銀行との間の契約について考えてみよう．なお，契約に際しては，銀行が確率的に立証活動をおこなう混合戦略を考える[8]．投資サイズ I の借り手企業家と

7） B-G は，立証のための費用は資本財を消費するという定式化をおこなっている．この定式化に従うと，以下の述べる資本の定義式が若干複雑となるが，得られる付加価値はない．

8） Border and Sobel（1987）and Mookerjee and Png（1989）は，立証活動に関して混合戦略がとられるときの最適契約を一般的な枠組みで分析している．

銀行の間で結ばれる契約を $(X(R_j\kappa_i.,I),S(I),p(I))$ で表す．ここで $X(R_j\kappa_i.,I)$ は，この企業家の支払い関数を表し，有限責任性の仮定から，実現可能性 $X(.,I)\leq R_j\kappa_i(i=1,2,j=H,L)$ を満足する．$S(I)$ は立証が生じるマクロ変数の事象の部分集合を表す．最後に $p(I)$ は立証が生じる確率を表す．$p(I)$ は本来は $p(I,R_j\kappa_i)$ と表記すべきかもしれないが，ここでは非完備契約の考え方を借用して，借り手が破産するときは同じ確率で立証が生じると仮定する．

以下，誘因両立性を満たす契約（incentive-compatible contracts）に限定して議論を進める．$X(I)$ を借り手が銀行に支払うと約束した一定額とすると，誘因両立性の条件は，$S(I)=\{R_j\kappa_i:R_j\kappa_i<X(I)\}$ で表される．$R_j\kappa_i\geq X(I)$ のときはいつでも借り手は $X(I)$ を支払い，逆に $R_j\kappa_i<X(I)$ のとき，借り手は支払い不能に陥り，確率 $p(I)$ で立証が生じる．実際に立証が生じるとき，銀行は借り手の収益をすべて回収する．

立証が生じる集合が $S(I)=\{R_L\kappa_1,R_H\kappa_1,R_L\kappa_2\}$ となり，その補集合が $S^C(I)=\{R_H\kappa_2\}$ となるケースを以下考えていく．不況期におけるマクロの事象の値 θ_L は，好況期の値 θ_H よりも十分に小さいと仮定されているので，このケースに限定して議論することは自然であろう．なお，$\kappa_1=0$ と仮定して分析を進める．有限責任性のもとで，投資が失敗したときは，いずれのマクロの事象でも支払いはゼロとなる，すなわち $X(R_L\kappa_1,I)=X(R_H\kappa_1,I)=0$ となる．そして $S(I)=\{R_L\kappa_1,R_H\kappa_1,R_L\kappa_2\}$ であることから，誘因両立性が意味を持つのは，状態 θ_H のときでだけある．よって，誘因両立性を表す制約条件は

$$(2)\quad R_H\kappa_2-X(I)\geq R_H\kappa_2\{1-p(I)\},$$

で与えられる．ここで左辺は，借り手が投資に成功したと正直に申告したときの収益を表し，右辺は，投資は成功したにもかかわらず，借り手が嘘をついたときの期待収益を表す[9)]．

次に，銀行の参加条件を述べたいのであるが，分析の見通しをよくするために，先に銀行とこの銀行の“預金者”となる他の投資家との間の契約について述べる．非常に多数の借り手企業家と同時に契約を結ぶ銀行は，各投資に固有のリスク（idiosyncratic risk）は完全に除去することができるので，預金契約は“マクロの事象 θ_j に依存した”形で表すことができる．ただし，マクロの事象 θ_j に依存した形で表されるということが，“マクロの事象 θ_j に条件付けした”形で預金契約が結ばれるという意味ではないことに十分に注意されたい．

9）より正確に言えば，右辺は，借り手が嘘をついたことがばれたとき，借り手の利得はゼロであると言外に述べている．これは容易に証明可能であるので割愛する．

個々の投資家は銀行に約束を履行させるべく費用をかけて「脅迫」することになる．投資家が取り付けで銀行の資産を略奪したとすると，その資産のうち $100 \times \beta (0 < \beta < 1)\%$ は喪失すると仮定する．取り付けにあった銀行の資産の清算には資本の喪失というコストがかかるという仮定は，Diamond and Dybvig (1983) を彷彿とさせる．

銀行と預金額 $(I - W_t)$ に対する請求権の間で結ばれる契約を $\{Z(I), Z(\theta_j, I), S^*(I)\}$ で表す．ここで $Z(I)$ は，銀行が預金請求権に支払うと約束した一定額を表す．$Z(\theta_j, I)$ は，事象 θ_j において銀行が支払うことのできる最大額を表す．そして $S^*(I)$ は，預金者が銀行に取り付けをおこなう事象の部分集合を表す．なお預金者による取り付けは確率ゼロか1で起きると仮定して，混合戦略の可能性は考えない．預金者が取り付け行動について混合戦略をとると想像するのは現実的でないと思われる．誘因両立性の条件は，$S^*(I) = \{\theta_j : Z(\theta_j, I) < Z(I)\}$ で表される．銀行取り付けが起きるのは，銀行が預金の元利合計額を支払えないときに限られる．

Krasa and Villamil (1992) によってなされたアプローチにしたがって，銀行は，誘引両立性条件が満たされているという条件のもとで，銀行の参加条件と預金者の参加条件というふたつの参加条件を制約として，借り手企業家の期待利潤を最大化するように契約問題の解決をめざすことになる．事象 θ_j における，投資サイズ I の借り手企業家 N 人との貸出契約からの銀行の収入を $\prod_N(I, \theta_j)$ とする．「大数の法則 (law of large numbers)」から，$\lim_{N\to\infty} \frac{\prod_N(I,\theta_H)}{N} = \pi_2 X(I)$ と $\lim_{N\to\infty} \frac{\prod_N(I,\theta_L)}{N} = p(I)\pi_2\kappa_2 R_L$ が導き出される．M を支払い不能に陥った借り手企業家の数とする．投資サイズ I の借り手を立証するに際して，銀行が被ることになる一契約あたりの（効用で測った）期待費用は $p(I)\frac{M\gamma R_j}{N}$ である．再び，「大数の法則」を使うと，$\lim_{N\to\infty} p(I)\frac{M\gamma R_H}{N} = p(I)\pi_2\gamma R_H$ と $\lim_{N\to\infty} p(I)\frac{M\gamma R_L}{N} = p(I)\gamma R_L$ が導き出される．

次に，マクロのどの事象で銀行取り付けが起きるのかを分析する．事象 θ_H においては，取り付けが起きないと考えて差し支えないであろう．以下，事象 θ_L では常に取り付けが起きると仮定して議論を進めよう．

銀行が解決すべき問題は以下のように定式化される．

$$\max_{X(I),p(I),Z(I),Z(\theta_L,I)} q_H\pi_2\{\kappa_2 R_H - X(I)\} + q_L\pi_2\{1 - p(I)\}\kappa_2 R_L,$$

subject to

(3) $q_H\{\pi_2 X(I) - p(I)\pi_1\gamma R_H - Z(I)\} + q_L\{p(I)\pi_2\kappa_2 R_L - p(I)\gamma R_L - Z(\theta_L, I)\} = 0,$

(4) $q_H Z(I) + q_L\{Z(\theta_L, I) - \beta\kappa R_L\} = I - W_t,$ and

(5) $0 \le p(I) \le 1.$

(3) 式は銀行の参加条件を表す．銀行となる投資家によって提供される資金の比重は，銀行の規模が大きくなるにつれて単調に小さくなるので，$N \to \infty$ のとき，銀行資本の機会費用はゼロとなる．(3) 式が等号で成立するということは，投資家のあいだで銀行になるための競争が“超過利潤”がゼロになるまで繰り広げられることを意味する．(4) 式は，預金額 $(I - W_t)$ の参加条件を表す．最後に (5) 式は確率の定義である．

(3) 式と (4) 式を統合して得られる預金者と銀行で「統合された (integrated)」参加条件は，次のようにまとめることができる．

$$(6) \quad q_H\{\pi_2 X(I) - p(I)\pi_1\gamma R_H\} + q_L\{\pi_2 p(I)\kappa_2 R_L - p(I)\gamma R_L - d_L\beta\kappa R_L\} = I - W_t.$$

もし $k_2 R_L$ が $(I - W_t)$ より少ないなら，事象 θ_L における投資サイズ I の借り手から銀行が獲得可能な収入の最大額 $p(I)(\pi_2\kappa_2 - \gamma)R_L$ は，$(I - W_t)$ を下回る．銀行収入の最大可能額 $(\pi_2\kappa_2 - \gamma)R_L \int_{\underline{I}}^{I^*} p(I)dG(I)$ は，このとき総預金 $\int_{\underline{I}}^{I^*} (I - W_t)dG(I)$ を下回る．したがって，事象 θ_L において銀行取り付けが起きる．

銀行はマクロ変数に条件付けした預金契約を提示できないとき，最適契約において取り付けが起きる[10]．不況時における取り付け行動は，好況時において銀行に正直に支払いをさせるためのインセンティヴスキームである[11]．仮に，銀行がマクロ変数に条件付けした契約を提示することができていれば，不況時において支払を少なくする代わりに好況時に多く支払うことで預金者を納得させることができ，取り付けを防ぐことができたであろう．

なお，(2) 式が等号で成立するとき，立証が生じる確率は次式のようになる．

$$(7) \quad p(I) = \frac{I - W_t + q_L\beta\kappa R_L}{(\kappa - \pi_1\gamma)(q_H R_H + q_L R_L) - \pi_2\gamma q_L R_L}.$$ [12]

立証が生じる確率 $p(I)$ は，借入額 $(I - W_t)$ が多いほど，取り付けの費用 $\beta\kappa R_L$ が高くなるほど，そして立証費用 γ が高くなるほど，上昇する．投資サイズ I の借り手の支払い額 $X(I)$ は，やはり (2) 式が等号で成立するとき，$p(I)$ と正比例の関係となる．両者の関係は $X(I) = R_H\kappa_2 p(I)$ で表され，立証確率が高くなるほど，銀行への支払額もまた増

10) Allen and Gale (1988) は，Diamond-Dybvig タイプの銀行取り付けモデルにマクロショックを導入したとき，やはり最適契約において銀行取り付けが生じることを明らかにしている．

11) ここでのモデルは，マクロショックについて事象が 2 つしかない最も単純なケースを扱っているが，Sakuragawa (2002) は，事象が無限個になるケースを分析しており，マクロの事象がある水準を下回るとき取り付けが起きることを示している．

12) 厳密に言えば，(7) 式は次式のように書くべきかもしれない．$p(I) = \min\{1, \frac{I - W_t + q_L\beta\kappa R_L}{(\kappa - \pi_1\gamma)(q_H R_H + q_L R_L) - \pi_2\gamma q_L R_L}\}$．しかしながら，最適契約では決して $p(I) = 1$ は選択されない．仮に $p(I) = 1$ としてみよう．そのとき $(\kappa - \pi_1\gamma)(q_H R_H + q_L R_L) - \pi_2\gamma q_L R_L - q_L\beta\kappa R_L = I - W_t < I$ となり，融資を受けた企業家の期待利潤が負になってしまう．

加する．具体的には，次のように表される．

$$(7') \quad X(I) = R_H\kappa_2 p(I) = \frac{R_H\kappa_2(I - W_t + q_L\beta\kappa R_L)}{(k-\pi_1\gamma)(q_H R_H + q_L R_L) - \pi_2\gamma q_L R_L}.$$

貸し手と借り手の間で結ばれる契約は，銀行は借り手が破産したときに債権回収について混合戦略をとるという点を除けば，いわゆる「債務務約（debt contract）」の性質を満たしている[13)]．

この節の最後に，投資サイズ I の企業家の期待利潤をもとめておく．それは次式で与えられる．

$$\begin{aligned}(8) \quad & q_H\pi_2\{\kappa_2 R_H - X(I)\} + q_L\pi_2\{1-p(I)\}\kappa_2 R_L \\ &= \pi_2\kappa_2(q_H R_H + q_L R_L)\{1-p(I)\} \\ &= \kappa(q_H R_H + q_L R_L)\left\{1 - \frac{\beta\kappa q_L R_L}{(\kappa-\pi_1\gamma)(q_H R_H + q_L R_L) - \pi_2\gamma q_L R_L}\right\} \\ &\quad - \frac{\kappa(q_H R_H + q_L R_L)}{(\kappa-\pi_1\gamma)(q_H R_H + q_L R_L) - \pi_2\gamma q_L R_L}(I - W_t).\end{aligned}$$

最初の等号は（2）式を利用しており，2番目の等号は（7）式を使っている．最後の式の第1項の括弧内の表現は，投資からの期待収入 $\kappa(q_H R_H + q_L R_L)$ から取り付けの費用が控除されていることを表しており，第2項の借入額 $(I - W_t)$ の「係数」は1を上回っており，外部資金は内部資金より割高であることを表している．

4. Stochastic Characterization and Business Fluctuations

この節では，自由競争下にある銀行システムで特徴づけられる経済の動学がどのような確率的性質をもつのかを分析する．まず，借金をして企業家になるかそれとも投資家にとどまるのかについて無差別な人を「限界的な企業家（marginal entrepreneur）」と定義しよう．限界的な企業家は，その投資サイズ I_t^* で，次式を満たすように決められる．

$$\begin{aligned}(11) \quad & \kappa(q_H R_H + q_L R_L)\left\{1 - \frac{\beta\kappa q_L R_L}{(\kappa-\pi_1\gamma)(q_H R_H + q_L R_L) - \pi_2\gamma q_L R_L}\right\} \\ &\quad - \frac{\kappa(q_H R_H + q_L R_L)}{(\kappa-\pi_1\gamma)(q_H R_H + q_L R_L) - \pi_2\gamma q_L R_L}(I_t^* - W_t) = W_t,\end{aligned}$$

13） Krasa and Villamil（1992）や Sakuragawa（2002）は，借り手の収益が無限の事象を持つより一般的なケースを分析しており，銀行が信用リスクを完全に分散できないとき，銀行は，借り手との間でかつ預金者との間で，負債契約（debt contract）を結ぶことを証明している．

ここで左辺は，投資サイズ I_t^* の企業家の期待利益を表し，右辺は自己資金を貸し出したときの粗収益 W_t を表す．式（11）の意味することは，投資サイズが $I \in [\underline{I}, I_t^*]$ の人々のみが投資プロジェクトに着手し，投資サイズが $I \in (I_t^*, \bar{I}]$ の人々は着手しないということである．

「大数の法則（law of large numbers）」から，事象 θ_H における総資本は，投資の期待値 k に実施された投資数 $G(I_t^*)$ を掛けた値に等しくなる．事象 θ_H における $t+1$ 期の期首における資本は次のように表される．

$$(12a) \quad k_{t+1}(\theta_H) = kG(I_t^*),$$

他方，事象 θ_L における $t+1$ 期の期首における資本は次のように表される．

$$(12b) \quad k_{t+1}(\theta_L) = k(1-\beta)G(I_t^*),$$

なお，事象 θ_L における資本は，$k_{t+1}(\theta_H)$ に比べて β の割合だけ小さい．これは銀行取り付けの際に生じる資本の喪失を反映している．(12a) 式と (12b) 式から，以下の関係式が得られることは容易に示される．

$$(13) \quad k_{t+1}(\theta_L) = (1-\beta)k_{t+1}(\theta_H).$$

この経済の均衡は，i.i.d. の性質をもつマクロショック $\theta_t \in \{\theta_L, \theta_H\}$ と初期値 $k_0 > 0$ を所与として，(1a)，(1b)，(11)，(12a)，(12b) の4つの式を満足する系列 $\{k_t\}_{t=0}^{\infty}$ で定義される．確率密度関数 $g(.)$ は，任意の I について正の符号をもつので，確率分布関数 $G(.)$ は逆関数をもち，(12a) 式は以下のように変換される．

$$(14) \quad I_t^* = G^{-1}\left(\frac{k_{t+1}(\theta_H)}{k}\right),$$

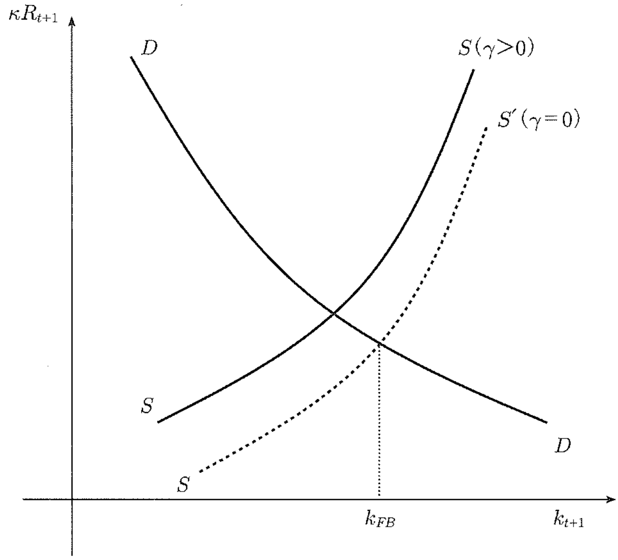
なお $G^{-1}(.)$ は，$G(.)$ の逆関数であり，増加関数である．

マクロ的不確実性のある経済を分析する前に，まずマクロ的不確実性のない $\theta_L = \theta_H = 1$ で表わされる不確実性のないケースを分析してみよう．銀行は信用リスクを完全に除去することができるので，取り付けは起きない．(11) 式は次式のように単純なかたちで表すことができる．

$$(15) \quad \kappa R_{t+1} - \frac{\kappa}{\kappa - \pi_1\gamma}(I_t^* - W_t) = W_t.$$

(1a)，(1b)，(13) の3式を利用して，(15) 式を整理すると，次式のように表すことができる．

図 1 「資本の供給曲線」と「資本の需要曲線」



$$\text{(16)} \quad \kappa f'(k_{t+1}) = G^{-1}\left(\frac{k_{t+1}}{\kappa}\right) + \frac{\pi_1\gamma}{\kappa - \pi_1\gamma}\left\{G^{-1}\left(\frac{k_{t+1}}{\kappa}\right) - w(k_t)\right\},$$

B-G の命名によれば，左辺は「資本の需要曲線（capital demand curve)」を，右辺は「資本の供給曲線（capital supply curve)」をそれぞれ表す．(16）式が資本の需給を表しているにもかかわらず，賃金率 $w(k_t)$ が右辺に存在することに注目されたい．ここにエージェンシー問題が反映されている．

図 1 に，右上がりの「資本の供給曲線」SS と，右下がりの「資本の需要曲線」DD が描かれている．自己資本の少ない限界的な企業家がより多額の借入れを需要すると，SS 曲線は上方にシフトし，交点は左にシフトする．このことは，SS 曲線と，$\gamma = 0$ で表される完全資本市場のときの曲線（S'S'）を比較してみれば容易にわかる．

確率的動学均衡を一般形のままで解くのは難解をきわめるので，これ以降は生産関数を $f(k) = k^a(0 < a < 1)$ と特定化して分析を進める．(13）式を使うと，$(q_H R_H + q_L R_L)$ は以下のように書き表すことができる．

$$\begin{aligned}\text{(17)} \quad q_H R_H + q_L R_L &= \{q_H\theta_H a + q_L\theta_L a(1-\beta)^{a-1}\}\{k_{t+1}(\theta_H)\}^{a-1} \\ &\equiv C \times \{k_{t+1}(\theta_H)\}^{a-1}\end{aligned}$$

(1a)，(1b)，(14)，(17）の 4 式を（11）式に代入すると次式のように表される．

$$\text{(18)} \quad \kappa C\{k_{t+1}(Q_H)\}^{1-a}(1-\beta A) = BG^{-1}\left(\frac{k_{t+1}(\theta_H)}{k}\right) - (B-1)\theta_t(1-a)k_t^a = 0.$$

ここで A と B はともに定数で以下の式で表される．

$$A \equiv \frac{\kappa q_L \theta_L (1-\beta)^{a-1}}{(\kappa - \pi_1\gamma)\{q_H\theta_H + (1-\beta)^{a-1}q_L\theta_L\} - \pi_2\gamma q_L\theta_L(1-\beta)^{a-1}},$$
$$B \equiv \frac{\kappa\{q_H\theta_H + (1-\beta)^{a-1}q_L\theta_L\}}{(\kappa - \pi_1\gamma)\{q_H\theta_H + (1-\beta)^{a-1}q_L\theta_L\} - \pi_2\gamma q_L\theta_L(1-\beta)^{a-1}} > 1.$$

t 期の資本 k_t と続けて生じるマクロショック θ_t と θ_{t+1} を所与として，(13) 式と (18) 式の 2 本の式が k_{t+1} を決定する．θ_t と k_t で表される今期の状態が，借り手の自己資本の大きさと総投資を決め，次期の資本ストック k_{t+1} に影響を与える．さらに，次期のショック θ_{t+1} が，銀行取り付けの生起を決め，k_{t+1} を決める．今期のショックはいわば「賦存量ショック (endowment shock)」であり，次期のショックは「資本減耗ショック (capital depreciation shock)」とみなすことができ，それぞれのショックが k_{t+1} に影響を与える．したがって，原問題をあたかも 2 つの異なるショックが生じるかのように書き換えたほうがわかりやすい．さらに付け加えると，“資本減耗” が生じるのは事象 θ_L だけであるという事実は，関数形の若干の手直しを必要とする．確率的動学経路を一本の式で示そうとすると，次式のように表すことができる．

$$\text{(19)}\quad \kappa C\left\{\frac{k_{t+1}}{1-\beta\frac{\theta_H-\xi_t}{\theta_H-\theta_L}}\right\}^{a-1}\left(1-A\beta\frac{\theta_H-\xi_t}{\theta_H-\theta_L}\right)$$
$$= BG^{-1}\left\{\frac{k_{t+1}}{\kappa\left(1-\beta\frac{\theta_H-\xi_t}{\theta_H-\theta_L}\right)}\right\} - (B-1)\theta_t(1-a)k_t^a,$$

ただし $\xi_t = \theta_{t+1}$ であり，$\theta_t \in \{\theta_H, \theta_L\}$ かつ $\xi_t \in \{\theta_H, \theta_L\}$ である．「陰関数定理 (Implicit Function Theorem)」を適用すると，(19) 式は最終的に以下のような一般形で表される．

$$\text{(20)}\quad k_{t+1} = \phi(k_t; \theta_t, \xi_t).$$

政策ルール $k_{t+1} = \phi(k_t; \theta_t, \xi_t)$ は，k_t, θ_t, ξ_t のいずれに関しても増加関数である．k_H を $k_H = \phi(k_H; \theta_H, \theta_H)$ で定義される長期的に存続可能な最大値，k_L を $k_L = \phi(k_L; \theta_L, \theta_L)$ で定義される長期的に存続可能な最小値としよう[14)]．

図 2 は，資本の動学的な軌道の典型的なケースを例示している[15)]．4 つの政策ルールによって資本の動学的軌道が特徴づけられ，資本は長期的に k_L と k_H の間をいったりきたりする．対照的に，銀行取り付けが起きないケースでは，$\phi(., \theta_L, \theta_H)$ と $\phi(., \theta_H, \theta_H)$ の

14) Hillier and Rougier (1999) は，B-G が潜在的に複数定常均衡の可能性をもつ可能性を指摘している．この問題は本論文の興味の対象を外れるので，ここでは非確率モデルでの定常均衡は唯一であるケースに限定して分析を進める．

図 2　資本の動学的な軌道（典型的なケース）

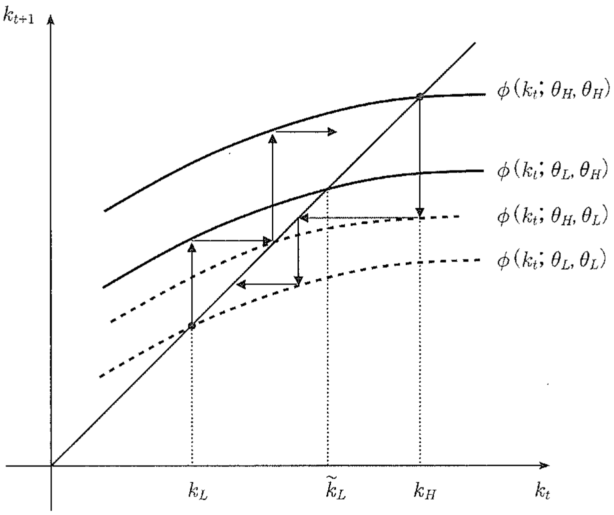
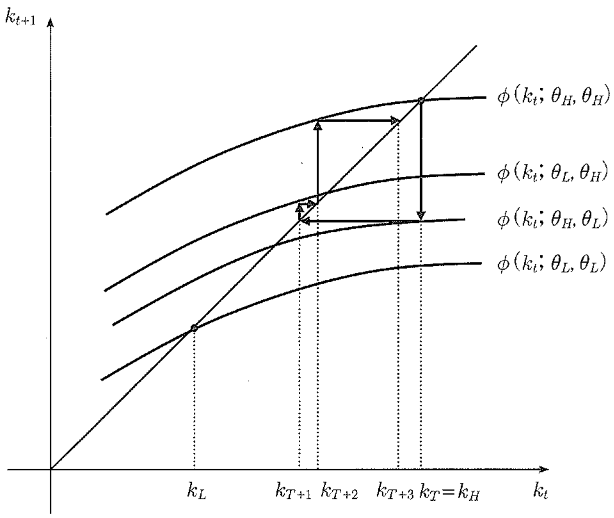


図 3　資本の動学的な軌道（事象 θ_L の影響）



2つの政策ルールによって資本の動学的軌道は特徴づけられ，資本は $\tilde{k}_L$ と k_H の間を移動する．銀行取り付けが生じるときのほうが，不況は深刻化する．

この点を確認するために，k_H を始点として，1回限りの事象 θ_L を経てその後事象 θ_H を繰り返すときの，資本の動きをみてみよう．図3に示されるように，事象 θ_L に直面し

15)　資本の長期的な軌道に関して定常確率分布が存在することが確認される．手順としては，Hopehayn and Prescott（1992）によって展開された「単調性（monotonicity）」を使うアプローチを応用して，定常確率分布の存在と収束を証明することになる．なお，固定費用（銀行取り付けのコスト）が事象 θ_L のときにのみかかるという性質のために，Futia（1982）や Stokey and Lucas（1989）によって概観された「連続性（continuity）」に依拠したアプローチを応用することはできないことを留意しておく．分析の詳細は，Sakuragawa（2005）を参照されたい．

図 4　**B-G** ケースの資本の動学的な軌道（事象 θ_L の影響）

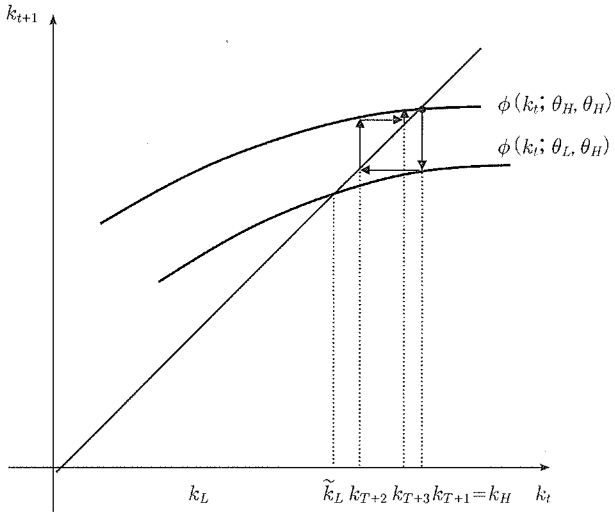
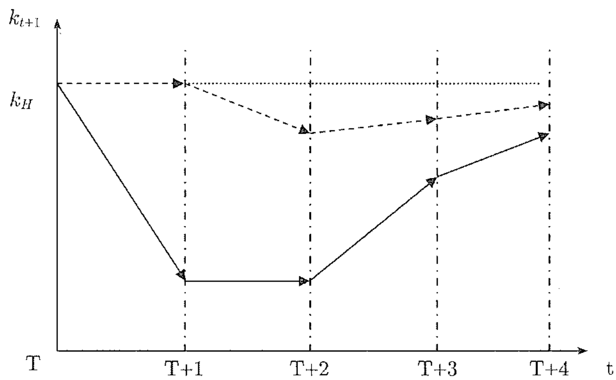


図 5　資本経路の違い



て，銀行取り付けが生じ，政策ルールは $\phi(.,\theta_H,\theta_H)$ から $\phi(.,\theta_H,\theta_L)$ へと下方にシフトする．$T+1$ 期には，資本は k_{T+1} へと下落する．$T+2$ 期には，政策ルールは $\phi(.,\theta_H,\theta_L)$ から $\phi(.,\theta_H,\theta_H)$ にもどることなく $\phi(.,\theta_L,\theta_H)$ へとシフトし，資本は k_{T+1} の近傍である k_{T+2} にとどまる．この持続的な不況は，負のバランスシート効果を反映している．$T+3$ 期にいたって，政策ルールは $\phi(.,\theta_H,\theta_H)$ にもどり，資本は k_{T+3} へと回復する．図では，k_{T+2} は k_{T+1} を上回るように描かれているが，銀行取り付けの負の効果がそれほど大きくないとき，逆のケースも考えられる．このとき $k_{T+1}=\phi(k_t,\theta_H,\theta_L)$ は $k_{T+1}=\phi(k_t,\theta_L,\theta_H)$ の上方に位置し，k_{T+2} は k_{T+1} を下回ることになる．

図 4 は，B-G における 1 回限りの事象 θ_L の影響を例示している．$T+1$ 期に政策ルールはシフトせず，k_{T+1} は k_H にとどまる．$T+2$ 期に政策ルールは $\phi(.,\theta_L,\theta_H)$ へと下方シフトし，資本は k_{T+2} へと下落する．$T+3$ 期以降，政策ルールは $\phi(.,\theta_H,\theta_H)$ へもどり，資本は回復することになる．銀行取り付けがないために，資本が減少し始めるのが 1

期間遅れることになる．なお，産出量は$T+1$期から下落を始めることに注意されたい．図5では，銀行取り付けがあるときとないときの資本の動きが比較されている．太線で描かれているのが取り付けのあるケースで，点線で描かれているのが取り付けのないケースである．バランスシート効果と銀行取り付けの負の効果の相互作用が，不況を深刻にかつ持続的にする[16)]．

5. Conclusion

この論文では，Bernanke and Gertler (1989, AER) の確率的動学モデルの分析を通じて，銀行部門の不安定性と景気循環の相互作用のメカニズムを明らかにしている．ここで展開されたモデルは，銀行部門への政府による規制や介入の効果を評価するうえで適切な分析道具を提示しているといえる．銀行業への参入規制や預金保険，資本規制などのさまざまな規制の枠組みが，個人の効用や経済変動へ及ぼす影響を分析することは興味深い[17)]．モデル上では，銀行部門の破綻は，銀行の債権者たる預金者が，銀行が被るリスクを一切負担しようとしないことに起因している．したがって，規制の枠組みは，銀行が被るマクロリスクを銀行以外の主体間でどのように再配分させていくかという視点から議論されることになろう．さらに，貨幣経済モデルへの拡張は，「最後の貸し手」としての中央銀行の役割を分析する上で適切な枠組みを提示するかもしれない．

参考文献

Allen, F., and D.Gale, (1998), "Optimal Financial Crisis", *Journal of Finance* LIII, No.4, 1245-84.

Alonso, I., (1996), "On Avoiding Bank Runs" *Journal of Monetary Economics* 37, 73-87.

Bernanke, B. and M. Gertler (1989), "Agency Costs, Net Worth, and Business Fluctuations," *American Economic Review* **79**: 14-31.

Border, K., and, J. Sobel, (1987), Samurai Accountant: A Theory of Auditing and Plunder, *Review of Economic Studies* 54, 525-40.

Carlstrom, C.T., and T.S. Fuerst (1997), "Agency Costs, Net Worth, and Business Fluctuations: A Computable General Equilibrium Analysis", *American Economic Review* **87**: 893-910.

Chari, V., and R. Jagannathan, (1988), "Banking Panics, Information, and Rational Expectation Equilibrium," *Journal of Finance* 43, 749-60.

16) 任意の微小の$\varepsilon>0$について，k_tが$(k_H-\varepsilon, k_H]$の領域へもどるのに，取り付けがあるときのほうがより多くの期間を要することで，不況の持続性を示すことができる．

17) Sakuragawa (2002) は，Diamond-Williamson モデルにリスク分散が不可能なマクロリスクを導入したとき，銀行は倒産のコストを最小化するために，負債（預金）だけでなく自己資本を発行して資金を調達しようとすること明らかにしている．

Diamond, D. W. (1984), "Financial Intermediation and Delegated Verification," *Review of Economic Studies* **51**: 393-414.

Diamond, D. W. and P. H. Dybvig (1983), "Bank runs, deposit insurance and liquidity," *Journal of Political Economy*: 401-419.

Diamond, D. W. and R. G. Rajan., (2000), "A Theory of Bank Capital," *Journal of Finance* 55, 2431-65.

Diamond, P. (1965), "National Debt in a Neoclassical Growth Model," *American Economic Review*, Vol.LV: 1026-1050.

Futia, C. A. (1982).: "Invariant Distributions and the Limiting Behavior of Markovian Economic Models,", *Econometrica*, 50, 377-408.

Gale, D. and M. Hellwig (1985), "Incentive-Compatible Debt Contracts: The One-Period Problem," *Review of Economic Studies* **52**: 647-663.

Gorton, G., (1988), "Banking Panics and Business Cycles," *Oxford Economic Papers* 40, 751-781.

Hellwig, M., (1994), "Liquidity Provision, Banking and the Allocation of Interest Rate Risk," *European Economic Review* 38, 1363-1389.

Hillier, B. and J. Rougier, (1999), "Real Business Cycles, Investment Finance, and Multiple Equilibria," *Journal Economic Theory* **86**: 100-122.

Hoggarth, G., R. Reis, and V. Saporta, (2002), "Cost of banking system instability: some empirical evidence," *Journal of Banking & Finance* 26: 825-855.

Hopenhayn, H., and E. Prescott (1992). "Stochastic Monotonicity and Stationary Distribution for Dynamic Economies,", *Econometrica*, 60, 1387-1406.

Krasa, S. and A. P. Villamil (1992), "Verifying the monitor: an incentive structure for a financial intermediary," *Journal of Economic Theory* **57**: 197-221.

Mookerjee, D. and I. Png, (1989), Optimal Auditing, Insurance, and Redistribution, *Quarterly Journal of Economics* 104, 399-415.

Sakuragawa, M. (2002), "Bank's Capital Structure under Non-Diversifiable Risk," *Economic Theory*, 20, p29-45, 2002

Sakuragawa, M. .(2005), "Agency Costs, Net Worth, and Business Fluctuations: Stochastic Characterization,"

Stokey, N. L., and R. E. Lucas (1989):. "*Recursive Methods in Economic Dynamics*,", Harvard Univ. Press, Cambridge.

Townsend, R. (1979), "Optimal Contracts and competitive markets with costly state verification," *Journal of Economic Theory* **31**: 265-293.

Williamson, S. D. (1986), "Costly Monitoring, Financial Intermediation, and Equilibrium Credit Rationing," *Journal of Monetary Economics* **18**: 159-179.