

# 金融危機と決済

酒 井 良 清

## 概 要

金融危機においては、流動性不足を原因とする決済市場の機能不全が最初の兆候として常に表れる。本稿では流動性不足という現象を、債務不履行リスクを原因とする資金流動性不足と、市場取引における資金不足である市場流動性不足とに区別して分析し、これら2つの流動性不足の関係を明らかにしようと試みた。そのためには、内部貨幣が外部貨幣によって決済される枠組みで、金融危機を説明するモデルを作らなければならない。モデルを構成する材料は、Freeman (1996) の決済モデルと Diamond and Dybvig (1983) の銀行取付けモデルである。前者からは内部貨幣（債務証券）を外部貨幣（法定不換紙幣）が決済するファイナリティの特徴、後者からは非対称情報から銀行取付けが発生する特徴を抽出した。本稿のモデルでは、これら二つの性質を結びつける役割を、取引のタイミングの不一致から発生する流通市場が果たしている。

## キーワード

決済、金融危機、流動性不足、資金流動性、市場流動性

## I. はじめに

リーマンショック以降、決済システムの重要性は脚光を浴びているものの、金融危機との関係について理論的な基礎はそれほど進展していない。決済のマイクロモデルが最近まで提示されなかったことはそのハードルの一つであった。その一方で、銀行取付け、金融危機の分析は決済の経済学と独立であった。本稿の目的は、流動性不足が決済市場の崩壊を介して金融危機を発生するメカニズムを理論的に明らかにすることにある。特に、債務不履行リスクを原因とする流動性不足（資金流動性不足）は、流通市場における資金不足（市場流動性不足）を引き起こすばかりでなく、決済市場の崩壊をも内在していることを示す<sup>1)</sup>。

決済市場崩壊の仕組みを理論的にどのように説明したらよいのだろうか。Freeman

(1996)の貢献は、債券(内部貨幣)が法定不換紙幣(外部貨幣)によって決済されることを示した最初のミクロモデルであった<sup>2)</sup>。これによって、法定不換紙幣の特徴である支払完了性(ファイナリティ)が明らかになった。さらにFreemanの政策的含意は、流動性不足が決済システムの非効率性を生み出すとき、中央銀行の流動性供給が非効率性の緩和に貢献するという議論から成り立っている。特に、資金の貸し手(債権者)と借り手(債務者)との間の債券の償還のタイミングの不一致から、流通市場において決済資金の不足が発生しており、非効率性の分析および政策的対応についての考察が行われている。

Freemanのモデルで、流通市場はどのように構成されているのだろうか。債務者と債権者が再会して債務償還が行われる場は中央の島である。彼ら全員が一堂に会して取引のできるのであれば、すべての決済はこの時点でスムーズに成立し、当事者間の貸借でない債券が第三者によって売買される流通市場が必要とされることはない。Freemanのモデルの流通市場は、2種類の老年期の債権者の取引によって構成される。つまり取引は、中央の島を早期に離れる債権者と遅れて離れる債権者との間で行われる。早期に離れる債権者は、将来必要となる資金を確保するため、遅れて離れる債権者に手持の債券を売らざるを得ない。その一方で、遅れて中央の島を離れる債権者は、遅れて中央の島へ到着する債務者との取引が可能となるため、債券を購入するインセンティブをもっている。結果として、流通市場が発生する。特に、このプロセスにおいて遅れて中央の島を離れる債権者は、第三者が保有していた債券を買い取るため、決済機能をもった銀行部門の役割を果たしている。その一方で、早期に中央の島を離れて債券を現金化しなければならない債権者を投資家と見なすこともできる。

こうしたFreemanの決済モデルにDiamond and Dybvig(1983)によるサンスポットタイプの銀行取付けを組み込むため、本稿では以下の仮定をモデルに導入する。まず、①遅れて中央の島を離れる債権者は、早期に中央の島を離れることもできる選択肢をもつと仮定する(早期決済の権利の仮定)。また、②遅れて中央の島を離れる選択肢をもった債権者は、他の債権者がいずれの選択肢を選んだかお互いにわからないものとする(非対称情報の仮定)。さらに、③債券を買い取る債権者のサイズは債務不履行リスクに影響を及ぼすものと仮定する(SIFIsの仮定)。

特に、SIFIsの仮定は、現実の金融現象において次のような経済的含意をもっている。

---

1) リーマン・ブラザーズ破綻以後の米国金融市場を事例として、資金流動性と市場流動性の検証を行った論文に白川(2008)がある。

2) 貨幣のミクロモデルを作るためには一般均衡モデル(Arrow = Debreu体系)とは別の新たな取引形態が必要となる。代表的なモデルはSamuelson(1958), Townsend(1980), Kiyotaki and Wright(1989), そしてここで取上げるFreeman(1996)である。

2007年のサブプライムローン問題に端を発した世界的な金融危機の特徴の一つに、大手金融機関によって組成された証券化商品の転売を介して、債務者の情報が買い手（投資家）に正確に伝わらなかったことがある<sup>3)</sup>。金融機関の淘汰、合併が行われると銀行の数は減少するが、それぞれの金融機関（ファイナンシャル・グループ）の取引量は増大する。ところがその一方で、今回の金融危機において巨大金融機関（SIFIs: Systematically Important Financial Institutes）が、ヘッジファンドあるいはシャドウバンク（特別目的会社、導管体）を傘下に設立して組成転売型のビジネスを行ったとき、情報を一括して統治できなくなり、銀行本体がCDO（Collateralized Debt Obligation）に代表される金融商品の情報が把握できなくなった事態は、今回のグローバルな金融危機の特徴であった。この結果、決済システムを介して金融機関の破綻リスクが高まるという現象が発生した。銀行のサイズが減少（一行当たりの取引量の増大）する一方で、債務不履行リスクが拡大するといった本稿のモデルの性格は、そうした特徴を反映している。また金融機関同士の情報の非対称性は、組成の中身がわからない金融商品を誰が保有しているか不明な取引状況を斟酌している。

## II. 取引形態

本モデルはFreeman(1996, 1999)を基礎にして、そこにDiamond and Dybvig(1983)の銀行取付けの仕組みを組み込んでいる。Freeman(1996)のモデルは4つの市場取引から成り立っている。貸借が行われる債券の発行市場（primary market）、財が貨幣と交換される財市場、そして債券が第三者に買い取られる流通市場（secondary/resale market）、最後に債券が償還される決済市場（clearing market）である。特に、貸し手と借り手との取引タイミングの不一致が、債券が第三者間で売買される流通市場発生の原因となっている。またFreeman(1999)では、マクロ経済ショック（aggregate risk）を考慮に入れて、流動性不足の非効率性を分析している。

### 1. 経済環境

Freeman (1996)のモデルに基づいて取引環境を紹介することから始めよう。中央の島

---

3) 相対取引から発生する金融商品が、組成転売型ビジネスによって、市場取引の金融商品に変貌する仕組みについては酒井 (2008) を参照されたい。

特集 新しいマクロ経済理論の構築を目指して

(central island) の周りに、 $I$  個のペアを構成する多数の島が存在するものとする。それらの島は債務者の島 (debtor island) と債権者の島 (creditor island) の組で構成される。それぞれの島には 2 期間の世代重複モデル (two-period overlapping generations model) で描かれる住民が存在する。各期 ( $t \geq 1$ ) において新たに生まれる世代を連続体 (continuum of agents with mass 1) として表す。特に、第 1 期には世代 0 の老人が存在するものとする。さらに 1 期間 (period) は 2 つのステージ (1<sup>st</sup> stage, 2<sup>nd</sup> stage) から構成されるものとする。

一つの世代は債務者と債権者から構成され、それぞれの (構成員の大きさを意味する) サイズは 1 とする。債務者の島に生まれた主体を債務者 (debtor) と呼び、債務者の島の財 (d good) を初期保有量として 1 単位持っているものとする。この財は、次期まで持ち越すことはできない保存できない財 (non-storable good) である。その一方で、彼らは老年期には何も与えられない。ここで債務者の効用関数は、 $\eta(a)$  を債務不履行リスクとして、 $v_c(c_t^d) + v_d(d_t^d) + \eta(a)v_c(e_{t+1}^d)$  で与えられる<sup>4)</sup>。  $c_t^d$  は  $t$  期において若年期の債務者が消費する債権者の島の財 (c good) であり、 $d_t^d$  は  $t$  期において若年期の債務者が消費する債務者の島の財 (d good) であり、 $e_{t+1}^d$  は  $t+1$  期において老年期の債務者が消費する債務者の島の財 (d good) である<sup>5)</sup>。

これに対して、1 単位の債権者の島の財を持って債権者の島に生まれた主体を債権者 (creditor) と呼ぶ。この債権者の島の財も保存できない財である。彼らは老年期には何も与えられない。債権者の効用関数は  $u_c(c_t^c) + u_d(d_{t+1}^c)$  で与えられる。ここで  $c_t^c$  は  $t$  期において若年期の債権者が消費する債権者の島の財 (c good) であり、 $d_{t+1}^c$  は  $t+1$  期において老年期の債権者が消費する債務者の島の財 (d good) の消費である。

## 2. 距離移動と経済活動

こうした環境のもとでどのような取引が成立するであろうか。図 1 は、Freeman の決済モデルを世代重複モデルの視点から描きなおしたものである<sup>6)</sup>。市場は債権者の島の取引 (市場①：発行市場)、債務者の島の取引 (市場②：財市場)、中央の島の取引 (市場③：決済市場) が同時に成立している<sup>7)</sup>。以下、それぞれの市場における取引を説明していこう。

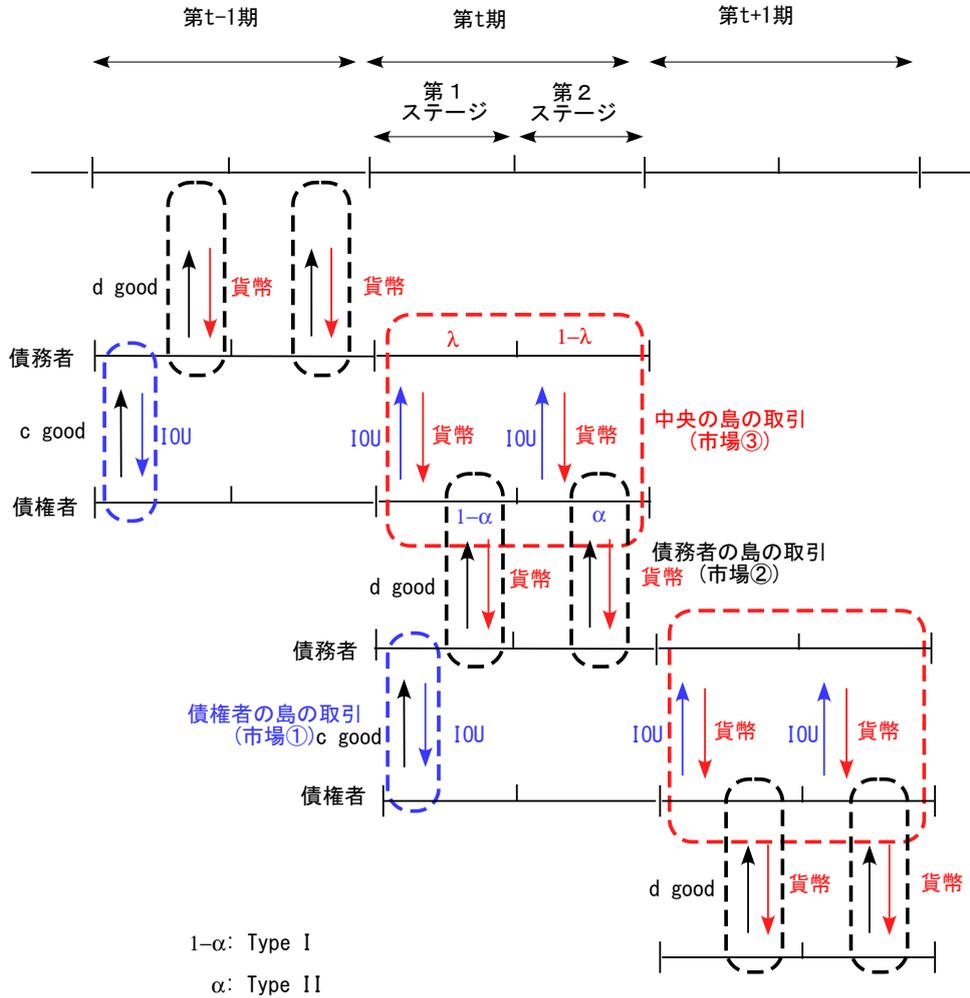
4) 債務不履行リスク  $\eta(a)$  については II. 3 節で解説する。

5) つまり上添え字は債務者を意味し、下添え字は期間を表す。

6) 本稿では、Freeman (1996) が採用した島のモデル (island model) で取引環境を設定するというよりは、むしろ世代重複モデルにウエイトを置いてモデルを説明する。この枠組みでの分析には Mills (2004) がある。

7) この図に描かれていない取引は、タイプ I の債権者とタイプ II の債権者との取引であり、それは次節 (図 2) で説明する。

図1 決済モデル



### 1) 債権者の島での取引 (市場①：発行市場)

若年期の債務者は、第1ステージにおいて債権者の島を訪れる。与えられた効用関数から、彼らは債権者の島の財の需要者であるが、現金 (fiat money: 法定不換紙幣) を保有していないため、現金を介しては購入できない。ただし、債務者は老年期に至ったとき中央の島へ移動して、老年期の債権者と再会できる機会を持っている。したがって、債務者は借用書 (IOU) を発行して、老年期に現金で支払う (決済する) 約束を債務者と取り交わすことで、債権者の島の財を獲得する。

### 2) 債務者の島での取引 (市場②：財市場)

自らの島に戻ってきた若年期の債務者は、第1ステージあるいは第2ステージにおいて

特集 新しいマクロ経済理論の構築を目指して

老年期（前世代）の債権者の訪問を受ける。この老年期の債権者は次に説明する市場③での取引から貨幣を保有しており、与えられた選好から債務者の島の財を需要する。その一方で、若年期の債務者は、市場①での取引の結果、老年期における債務の返済のための現金を必要としている。よって老年期の債権者は、若年期の債務者から債務者の島の財を購入することができる。

### 3) 中央の島での取引（市場③：決済市場）

それでは債務者の島を訪れる老年期の債権者は、なぜ貨幣を保有しているのだろうか。債権者は若年期において、財を債務者に売って債券を獲得している。老年期に至って中央の島に移動した債権者は、そこで老年期の債務者と再会し、第1ステージあるいは第2ステージで債券の償還を受ける。IOU（内部貨幣）が現金（外部貨幣）で決済される仕組みは以上で完結している。最後に中央の島には、債務の償還を強制する法的権限を有する主体（legal authority）が存在するものとする<sup>8)</sup>。

## 3. 流通市場と決済リスク

ここで取引のタイミングに時間差を導入することで、中央の島において流通市場（市場④）が発生する。老年期の債務者のうちサイズ $\lambda$ は第1ステージの初めに中央の島に到着する一方で、残りの債務者であるサイズ $1-\lambda$ は第2ステージの初めに中央の島へ（遅れて）到着すると仮定しよう<sup>9)</sup>。これに対して、すべての老年期の債権者は第1ステージで中央の島へ移動するものの、そのうちのサイズ $1-\alpha$ は第1ステージの終りに債務者の島へ移動しなければならず、その他の債権者のサイズ $\alpha$ は第2ステージの終りまで中央の島に留まると仮定する。したがって第1ステージで中央の島を離れなければならない債権者は、手持ちの債券を決済（現金化）する必要に迫られる。これに対して、老年期に第2ステージで（遅れて）債務者の島に移動する債権者は、第1ステージで移動する債権者から債券を購入した後、第2ステージで債券を現金化できる。したがって、この債権者は第三者の債券を決済する銀行部門（banking sector）の役割を果たしているといえる。こうした取引タイミングの時間差から、流通市場（resale market）が発生している。

以上の決済モデルに金融危機のメカニズム銀行取付け（bank run）の仕組みを組み込んだ

8) ただし、債務者の島にはこうした法的権限を保有する主体はいないものとする。

9) 以下、これら債務者の割合をサイズ $\lambda$ 、 $1-\lambda$ として表示する。次に説明する債権者のサイズ $1-\alpha$ 、 $\alpha$ についても同様とする。

めに、流通市場において債務者、債権者にいくつかの仮定を導入する<sup>10)</sup>。まず、老年期の第2ステージで債務者の一部（サイズ  $\eta$ ）は中央の島へ行くことなく、直接債務者の島へ移動するものとする。この債務者は、若年期において自らの財を老年期の債権者に売ることから貨幣を保有しているにもかかわらず、老年期に債務を返済せずに、最終的に債務者の島で債務者の島の財を購入する。ここで債務不履行リスク（default risk）とは、第2ステージで債務者の一部が中央の島に到着することなく直接債務者の島に行くことを意味する<sup>11)</sup>。したがって、遅れて中央の島に到着する債務者が保有している債券は債務不履行リスクを伴う。

さらに債務不履行リスク  $\eta$  は債権者のサイズ  $\alpha$  に依存しており、債権者のサイズが減少するに従って増加するものとする。この理由は次のようなものである。第2ステージまで中央の島に留まる債権者は決済機能をもった銀行部門であり、この金融機関のサイズ  $\alpha$  の減少は（後述するように、一行当たりの決済金額の増加となるため）SIFIs の発生を意味し、そのことがかえってモニタリングの機能を低下させ、債務不履行リスク  $\eta$  を高める。したがって、債務不履行リスク  $\eta$  をこの債権者のサイズ  $\alpha$  の減少関数として  $\eta'(\alpha) < 0$ ,  $0 < \eta(\alpha) < 1 - \lambda$  で与える。ここで  $\eta(\alpha)$  は、債務者の一部が債務不履行を犯すことを示している。言い換えれば、債務者は確率  $\eta(\alpha)$  で債務不履行となるものとする<sup>12)</sup>。この結果、債務不履行リスクが発生した時、遅れて到着する債務者のサイズは  $1 - \lambda - \eta(\alpha)$  となる。

その一方で、債権者には次の仮定を加える。以下では説明の便宜のために、中央の島を早期に離れる債権者（early-leaving creditors）をタイプ I とし、遅れて離れる債権者（late-leaving creditors）をタイプ II と呼ぶことにする。これまでの定義からタイプ I の債権者のサイズは  $1 - \alpha$  であり、タイプ II の債権者のサイズは  $\alpha$  となる<sup>13)</sup>。ここでタイプ II の債権者は第1ステージに債務者の島へ行くか、あるいは第2ステージに債務者の島へ行くという選択肢をもっているものとする（早期決済の権利の仮定）。

さらに第1ステージから第2ステージへ移るとき、債券はもはや単なる借用証書（IOU）ではなく、債券を担保とした債務担保証券（CDO）に変化するものとする。つまり第1ステージで決済されない債券は、第2ステージで CDO に変化する<sup>14)</sup>。このときタイ

10) ここで導入する危機の構造は Diamond and Dybvig (1983) の銀行取付けモデルに基づいている。銀行取付けをゲーム理論で記述したものには Postlewaite and Vives (1987) がある。

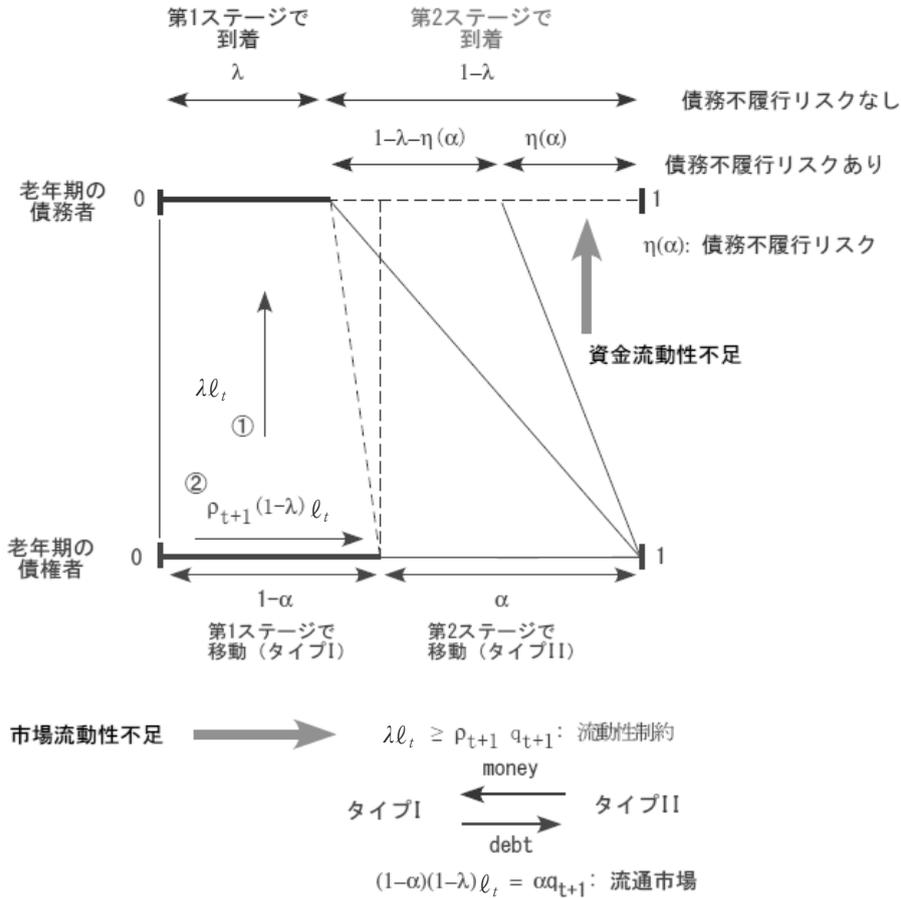
11) Freeman1 (1999) は、こうした債務不履行を犯す主体を不誠実な債務者（dishonest debtor）と称している。

12) II. 1 節で導入した債務者の効用関数は  $\eta(\alpha)$  を確率とした期待効用、 $v_d(d_t^d) + v_c(c_t^d) + \eta(\alpha)v_c(e_{t+1}^d) + [1 - \eta(\alpha)]v_c(0)$  で  $v_c = 0$  とおいて得ている。

13) この結果、債務者の島（市場②）では、タイプ I の債権者が若年期の債務者で行う取引と、タイプ II の債権者が若年期の債務者で行う取引が行われる。図 1 を参照。

14) CDO も借用証書（IOU）の範疇に属する。ただしその特徴は債務者が特定できないということにある。

図2 中央の島での取引



タイプIIの債権者は、他のタイプIIの債権者の行動について情報を得られないものと仮定する（非対称情報の仮定）。したがって第2ステージでタイプIIの保有する債券の内訳は、第1ステージで償還されなかった債券（タイプIから買い取った債券）とタイプIIが保有している債券から成り立っている。以上説明してきた流通市場（市場④）は、中央の島における決済市場の一環を構成しており、その内訳は図2に描かれている。

債務不履行リスクが原因で発生している流動性不足を資金流動性（funding liquidity）不足として、また市場における流動性不足を市場流動性（market liquidity）不足と定義すると、これら二つの流動性不足の原因を図2に示すことができる。つまり第1ステージにおけるタイプIとタイプIIとの決済で市場流動性不足が発生し、第2ステージにおけるタイプIIと債務者との決済で資金流動性不足が顕現化する。

### Ⅲ. 意思決定問題

これまで説明してきた取引環境および経済活動のもとに、債務者、債権者それぞれの意思決定問題を記述する。  $p_t^c$  を  $t$  期における債権者の島の財の価格、  $h_t$  を  $t$  期における債務者の発行する IOU（負債）の名目金額、  $p_t^d$  を  $t$  期における債務者の島の財の価格、  $m_t$  を  $t$  期において債務者が自らの財（債務者の島の財）を債権者に売って獲得する貨幣の名目金額、  $p_{t+1}^d$  を  $t+1$  期における債務者の島の財の価格として、債務者の意思決定問題を以下のように記述する<sup>15)</sup>。

$$\begin{aligned} & \text{Max } v_c(c_t^d) + v_d(d_t^d) + \eta(\alpha)v_c(e_{t+1}^d) \\ & \text{s.t.} \\ & p_t^c c_t^d = h_t \quad : \text{市場①での取引} \quad (3.1) \\ & p_t^d d_t^d + m_t = p_t^d \quad : \text{市場②での取引} \quad (3.2) \\ & h_t = m_t \quad : \text{市場③, ④での取引} \quad (3.3) \\ & p_{t+1}^d e_{t+1}^d = m_t \quad : \text{市場①での取引} \quad (3.4) \end{aligned}$$

予算制約 (3.1)～(3.4) を債務者の効用関数に代入して、

$$v_c\left(\frac{h_t}{p_t^c}\right) + v_d\left(1 - \frac{h_t}{p_t^d}\right) + \eta(\alpha)v_c\left(\frac{h_t}{p_{t+1}^d}\right)$$

を得る。予算制約のもとに  $h_t$  について効用を最大化すると、以下の条件を得る。

$$\frac{v_c'}{p_t^c} - \frac{v_d'}{p_t^d} + \eta(\alpha)\frac{v_c'}{p_{t+1}^d} = 0 \quad (3.5)$$

これに対して債権者の意思決定問題は、  $\ell_t$  を若年期の第 1 ステージにおいて債務者が若年期の債権者に発行する証書 (IOU) の借用金額とし、  $q_{t+1}$  をタイプ II がタイプ I から購入する債券の額面価値 (par value) とし、  $p_{t+1}$  をその時の債務の価格 (債務額面 1 ドルにつきどれだけの価格で取引されるか) とすると、以下のように記述される。

$$\begin{aligned} & \text{Max } u_c(c_t^c) + u_d(d_{t+1}^c) \\ & \text{s.t.} \\ & p_t^c c_t^c + \ell_t = p_t^c \quad : \text{市場①での取引} \quad (3.6) \end{aligned}$$

15) 議論を単純化するために、債権者、債務者共に加法分離的 (additively separable) な効用関数を仮定する。

特集 新しいマクロ経済理論の構築を目指して

$$p_{t+1}^d d_{t+1}^c = \rho_{t+1}(1-\lambda) \ell_t + \lambda \ell_t \quad : \text{市場②, ③, ④での取引} \quad (3.7)$$

with prob.  $1-\alpha$  for type I

$$p_{t+1}^d \tilde{d}_{t+1}^{c*} = (1-\eta) \ell_t + q_{t+1} \frac{1-\lambda-\eta}{1-\lambda} - \rho_{t+1} q_{t+1} : \text{市場②, ③, ④での取引} \quad (3.8)$$

with prob.  $\alpha$  for type II

予算制約 (3.6)~(3.8) を債権者の効用関数に代入すると,

$$u_c \left(1 - \frac{\ell_t}{p_t^c}\right) + (1-\alpha) u_d \left(\frac{\rho_{t+1}(1-\lambda) \ell_t + \lambda \ell_t}{p_{t+1}^d}\right) + \alpha \tilde{u}_d^* \left(\frac{(1-\eta(\alpha)) \ell_t + q_{t+1}(1-\lambda-\eta)/(1-\lambda) - \rho_{t+1} q_{t+1}}{p_{t+1}^d}\right)$$

を得る.  $\ell_t$  と  $q_{t+1}$  について微分して最適条件を求めると,

$$\ell_t : -\frac{u_c'}{p_t^c} + (1-\alpha) \frac{\rho_{t+1}(1-\lambda) + \lambda}{p_{t+1}^d} u_d' + \alpha \frac{1-\eta(\alpha)}{p_{t+1}^d} \tilde{u}_d^{*'} = 0 \quad (3.9)$$

$$q_{t+1} : \frac{\{1-\lambda-\eta(\alpha)\}/(1-\lambda) - \rho_{t+1}}{p_{t+1}^d} \tilde{u}_d^{*'} = 0 \quad (3.10)$$

となる.

## IV. 均衡

このモデルの均衡の定義と解の存在は次のようになっている. 競争均衡 (competitive equilibrium) は, それぞれの経済主体 (債務者と債権者) がとる最適化行動と, それぞれの市場が均衡するという市場均衡条件 (market clearing conditions) から成り立つ.

### 均衡の定義

- (1) 債務者, 債権者は, 予算制約のもとに自らの効用を最大化している.
- (2) 財, ローン, 貨幣, 流通市場は市場競争条件を満たしている.

財の市場競争条件は, 債権者の島の財について,

$$c_t^d + c_t^c = 1 \quad (4.1)$$

であり, 債務者の島の財について,

$$d_t^d + d_t^c + e_t^d = 1 \quad (4.2)$$

となる. ローンについての市場均衡条件は,

$$h_t = \ell_t \quad (4.3)$$

である。また貨幣についての市場均衡条件は、

$$m_t = M \quad (4.4)$$

である<sup>16)</sup>。

特に、流通市場均衡条件 (resale market clearing condition) は、老年期の債務者と老年期の債権者との取引として現れるため、以下のように記述される<sup>17)</sup>。

$$(1-\alpha)(1-\lambda) \ell_t = \alpha q_{t+1} \quad (4.5)$$

(4.5) 式の左辺  $(1-\alpha)(1-\lambda) \ell_t$  は、タイプ I の債権者が供給する債券の金額である。つまり、 $(1-\alpha)$  はタイプ I の債権者のサイズであり、 $(1-\lambda)$  は遅れて中央の島に到着する債務者のサイズを意味する。よって、 $(1-\alpha)(1-\lambda) \ell_t$  はタイプ I の債権者の保有する償還されない債券の総額を意味する。これに対して、 $\alpha$  と  $q_{t+1}$  の定義から (4.5) 式の右辺  $\alpha q_{t+1}$  はタイプ II の債権者によって購入される債券の総額である。

中央の島における取引は、老年期の債務者と老年期の債権者との取引機会の制約から、以下の流動性制約 (liquidity constraint) を考慮しなければならない。

$$\lambda \ell_t \geq \rho_{t+1} q_{t+1} \quad (4.6)$$

(4.6) 式の左辺  $\lambda \ell_t$  は、第 1 ステージにおいて債券の償還によってタイプ II の債権者が利用可能な現金の総量を意味する。右辺  $\rho_{t+1} q_{t+1}$  は、第 1 ステージの終りにタイプ II が購入する債券の総額である。ファイナリティの機能をもっているのは現金通貨のみであるから、タイプ II が購入する債券の取引金額は、存在している現金通貨の額によって制限される。したがって、不等号が成立していれば流動性は制約されていないが、等号であれば決済に必要な貨幣が不足し流動性制約が働いていることになる<sup>18)</sup>。このとき以下の 2 つが成り立つ。

**Lemma 1.** 流動性制約が働いていない ( $\lambda \ell_t > \rho_{t+1} q_t$ ) とき、 $\rho_{t+1} = 1$  が成り立つ。

**証明.**

流動性制約が働かないとき、(4.6) 式は不等号となる。これは債券が額面価値で決済されていることを意味するため、 $\rho_{t+1} = 1$  が成り立つ。 ■

16) 債務者の予算制約より、物価 (債務者の島の財の価格) を  $p_t^d = M/(1-d)$  として得ることができる。

17) 以下しばらくの間、議論を単純化するために  $\eta(\alpha) = 0$  において議論を進める。

18) 均衡のすべての条件は (4.3) 式で示された流通市場の均衡に集約できるため、均衡の存在の証明は以下のようなになる。債務者の最適化条件 (3.5) 式からローンについての供給  $h_t$  を求める一方で、債権者の最適化条件 (3.9) 式、(3.10) 式からローンについての需要  $\ell_t$  を求める。これらは債務者の財と債権者の財との価格比  $P = p_t^d/p_t^c$  の関数となっており、定常均衡に限って分析して、陰関数定理を用いると流通市場の需給曲線が交わることを示す。Freeman (1996) を参照。

特集 新しいマクロ経済理論の構築を目指して

**Lemma 2.** 流動性制約が働いているとき  $(\lambda \ell_t = \rho_{t+1} q_t)$ ,  $\rho_{t+1} < 1 \Leftrightarrow \alpha + \lambda < 1$  が成り立つ.

**証明.**

流動性制約が成立しているとき, (4.6) 式は等号が成り立ち, これを  $\ell_t$  について解いて, (4.5) 式に代入すると,

$$\rho_{t+1} = \frac{\alpha \lambda}{(1-\alpha)(1-\lambda)} \quad (4.7)$$

を得る. ここで  $\rho_{t+1} < 1$  とおいたとき  $\alpha + \lambda < 1$  は明らか. また  $\alpha + \lambda < 1$  とすると (4.8) 式より,  $\rho_{t+1} < 1$  を得る. ■

Lemma 1 と Lemma 2 より,  $\rho_{t+1} \leq 1$  であることがわかる. これは債務証券の評価額以上の支払いがなされないことを意味している. また (4.7) 式において,  $\rho_{t+1} < 1$  であることを考慮すると,

$$\frac{\lambda}{1-\alpha} \ell_t < \frac{1-\lambda}{\alpha} \ell_t \quad (4.8)$$

を得る. ここで,  $\ell_t$  は貸借契約として定められた金額である. 図2より, (4.8) 式の左辺は第1ステージでタイプIの債権者が1人当たり保有する貨幣であり, 右辺はタイプIIの債権者が1人当たり保有する (最小の) 貨幣と解釈できる<sup>19)</sup>.

## V. 債務不履行が発生しないケース

債務不履行が発生しない状況  $\eta(\alpha) = 0$  を考えてみよう. 中央の島での取引を概念的に描いている図2において, 上辺は老年期の債務者を表し, その全体数 (サイズ1) のうち,  $\lambda$  が早期 (第1ステージの初め) に中央に島に到着するサイズであり,  $1-\lambda$  が遅れて (第2ステージの初めに) 中央の島に到着するサイズである. これに対して, 下辺は老年期の債権者を表し, 中央島に到着したうち  $1-\alpha$  が早期 (第1ステージの終り) に中央の島を離れて債務者の島へ移動するサイズであり,  $\alpha$  が遅れて (第2ステージの終り) 債務者の島へ移動するサイズである.

まず第1ステージの初めにおいて, 老年期の債務者のうち  $\lambda$  と老年期の債権者のすべてが中央の島に到着する. 債権者のサイズと比較して債務者のサイズ  $\lambda < 1$  が小さいため,

19) (4.8) 式が条件として満たされていれば, タイプIIはタイプIより多くの貨幣をもつ.

すべての債券が償還されない。次に老年期の債権者のうちタイプIは、第1ステージの終りに中央の島を離れなくてはならない。したがってタイプIの債権者は、手持ちの債券をタイプIIの債権者に売る必要がある。なぜならタイプIの債権者は、債務者の島へ移動したときに現金が必要となるからである。これに対してタイプIIの債権者は、第1ステージで債券を購入しておけば、第2ステージで中央の島に到着する債務者に債券を買って（償還して）もらうことができるため、タイプIの債権者から債券を購入する。この結果、タイプIの債権者は手持ちの債券すべてをタイプIIの債権者に売り、流通市場が発生する。

図2において、第1ステージで中央の島に到着した債務者による債券の償還を①で示している。一方②では、タイプIの債権者がタイプIIの債権者に債券を売る取引を示しており、(4.5)式で表されている流通市場の取引を意味している。このとき決済のために用いられる通貨の量は $\lambda l_t$ であり、これは債券の取引額の制約(4.6)式で示されている。

以上の取引から、第2ステージまで留まることのできるタイプIIの債権者のサイズ $\alpha$ が小さくなればなるほど、彼らの償還できる債券の金額は大きくなり、(割引率 $\rho$ を考慮すると)効用は増加する。結果として、第1ステージで流動性不足が深刻になればなるほど、タイプIの効用は減少する一方で、タイプIIの効用は増加する。以上の考察から以下の命題を得る。

**命題1.** 債務不履行リスクがないとき、タイプIIの債権者のサイズ $\alpha$ が減少するにつれて、彼らの効用は増大する一方でタイプIの効用は減少する。

**証明.**

中央の島の取引において、 $\lambda$ は早期(第1ステージの初め)に中央の島に到着する債務者のサイズであり、 $1-\alpha$ は早期(第1ステージの終り)に中央の島を離れる債権者(タイプI)のサイズである。よって以下の3つのケースを考察する。Case 1: 第1ステージで債務者のサイズがタイプIの債権者のサイズより小さい( $\lambda < 1-\alpha$ )、Case 2: 第1ステージで債務者のサイズがタイプIの債権者のサイズと同じ( $\lambda = 1-\alpha$ )、Case 3: 第1ステージで債務者のサイズがタイプIの債権者のサイズより大きい( $\lambda > 1-\alpha$ )。

Case 1のとき、 $\lambda < 1-\alpha$ は債務者のサイズがタイプIの債権者のサイズより小さいことを意味する(図2を参照)。このとき流動性制約(4.6)式が働き、決済資金は不足している。タイプIの債権者は、債務証書(IOU)の額面金額を割り引いて( $\rho_{t+1} < 1$ )、タイプIIの債権者に債券を売らなくてはならない。その一方で、タイプIIの債権者はタイプIの債権者から債券を購入して第2ステージで決済できる。よってタイプIIの債権者はタイプIの債権者よりも多くの現金を持つことになり、債務者の島で債務者の島の財を多く

特集 新しいマクロ経済理論の構築を目指して

消費することができる。

Case 2 のとき、 $\lambda = 1 - \alpha$  は債務者のサイズがタイプ I の債権者のサイズと同じことを意味する。債券はすべて額面通り償還され ( $\rho_{t+1} = 1$ )、よってタイプ I とタイプ II の債権者は同等の効用を得る。

Case 3 のとき、 $\lambda > 1 - \alpha$  は債務者のサイズがタイプ I の債権者のサイズよりも大きいことを意味する。このとき流動性制約は働かず、タイプ I は債券を額面通り決済し、残りの債券をタイプ II の債権者へ売却する<sup>20)</sup>。 ■

この命題をどのように評価したらよいだろうか。タイプ II の債権者のサイズ  $\alpha$  が小さくなるとともに保有する債券額が増加し、第 2 ステージで老年期の債務者と決済する金額は増加する<sup>21)</sup>。特に、流動性が不足している Case 1 のとき、タイプ II はタイプ I から債券を購入するため決済機能を果たしているといえる。したがって、 $\alpha$  は銀行部門 (banking sector) のサイズといえる。早期 (第 1 ステージの初め) に中央の島に到着する債務者のサイズ  $\lambda$  を与件とすると、 $\alpha$  の値が小さいほどタイプ II の効用は増加することになる。このとき (4.8) 式より、 $\alpha$  の減少は  $\rho_{t+1}$  の増加となるため、利子率  $1/\rho_{t+1}$  は上昇することになる。また、この取引システムから銀行取付けは発生しないことは明らかである。

## VI. 債務不履行が発生するケース

次に、債務不履行リスクがあるケースを考えてみる (図 2 を再度参照)。債務不履行リスク  $\eta(\alpha) > 0$  があるとき、流通市場均衡条件である (4.5) 式は、

$$(1 - \alpha)(1 - \lambda - \eta(\alpha)) \ell_t = \alpha q_t \quad (6.1)$$

と書き直すことができる。流動性制約条件 (4.6) 式が働いていると仮定して  $\rho_{t+1} < 1$  とおくと、(6.1) 式および (4.8) 式の議論から、

$$\frac{\lambda}{1 - \alpha} \ell_t < \frac{1 - \lambda - \eta(\alpha)}{\alpha} \ell_t \quad (6.2)$$

を得る。このとき (6.2) 式の左辺はタイプ II の債権者が第 1 ステージで決済したとき受

20) ここで債券が額面以上で取引される場合があるだろうか。このモデルでは現金 (法定不換紙幣) が一定であること、老年期の債務者は第 2 ステージまで待つことができるため、取引者が契約を遵奉する限り、その可能性はない。

21) 流通市場均衡条件である (4.5) 式を  $q_t$  について解いてみると、 $\alpha$  の減少とともに  $q_t$  が増加することがわかる。

け取る金額 (payoff) であり, (6.2) 式の右辺はタイプ II の債権者が第 2 ステージで債券を売り払ったとき受け取る金額である. 以下では, 初めに債務不履行リスクが銀行部門のサイズと独立であるケースを考察し, 次に銀行部門のサイズに依存するケースを分析する.

## 1. 債務不履行リスクが銀行部門のサイズと独立であるとき

債務不履行リスク  $\eta$  は外生的に与えられ, タイプ II の債権者 (銀行部門) のサイズ  $\alpha$  と独立であるとする. このときタイプ II の債権者が, 第 1 ステージで決済したときに得る貨幣量は  $\lambda \ell_i / (1 - \alpha)$  であり, 第 2 ステージまで待って決済したときの貨幣量は  $(1 - \lambda - \eta) \ell_i / \alpha$  である. よって, 債券売却の選択肢を持っているタイプ II の債権者の戦略は以下のようになる.

$$\frac{\lambda}{1 - \alpha} \leq \frac{1 - \lambda - \eta}{\alpha} \text{ のとき, 第 2 ステージで決済する.}$$

$$\frac{\lambda}{1 - \alpha} > \frac{1 - \lambda - \eta}{\alpha} \text{ のとき, 第 1 ステージで決済する.}$$

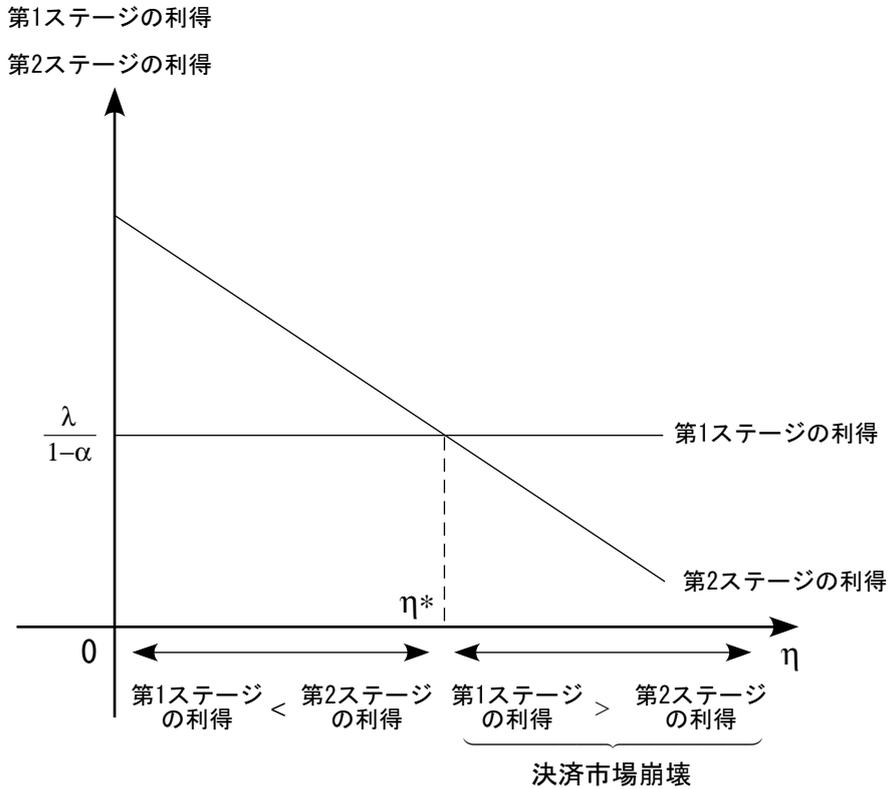
債務不履行リスク  $\eta$  の値が小さいとき, タイプ II の債権者は第 2 ステージまで待って決済するが,  $\eta$  の値が大きくなるにつれて決済によって彼らの獲得する貨幣量は減少し, 第 1 ステージで決済した方が有利となる. このときタイプ II の債権者の閾値 (threshold value) を  $\eta^*$  とする<sup>22)</sup>. 図 3 は, タイプ II の債権者の行動を描いている. 横軸に債務不履行リスク  $\eta$  を取り, 縦軸にタイプ I の債権者の利得とタイプ II の債権者の利得を取る.  $\eta$  の増大とともに, タイプ II の債権者の利得が減少することがわかる. 債務不履行リスクが小さい値をとるとき ( $0 < \eta < \eta^*$ ), タイプ II の債権者は第 2 ステージまで決済しないが, 債務不履行リスクが増大して閾値を超える ( $\eta^* \leq \eta$ ) と, 早期決済の権利を行使して流通市場は崩壊する.

**命題 2.** 債務不履行リスクがある一定以上の値 (閾値  $\eta^* < \eta$ ) をとるとき, 決済市場の崩壊が発生する.

以上の議論では, 債務不履行リスクが増大すると金融部門が決済機能を果たさなくなり, 流通市場が崩壊することを説明した. 言い換えれば, 債務不履行リスクが増大して閾値を超えれば合理的に決済市場が崩壊する.

22) タイプ II の閾値は,  $\lambda / (1 - \alpha) = (1 - \lambda - \eta) / \alpha$  より,  $\eta^* = 1 - \lambda - \alpha \lambda / (1 - \alpha)$  となる.

図3 タイプIIの債権者の選択



## 2. 債務不履行リスクが銀行部門のサイズに依存するとき

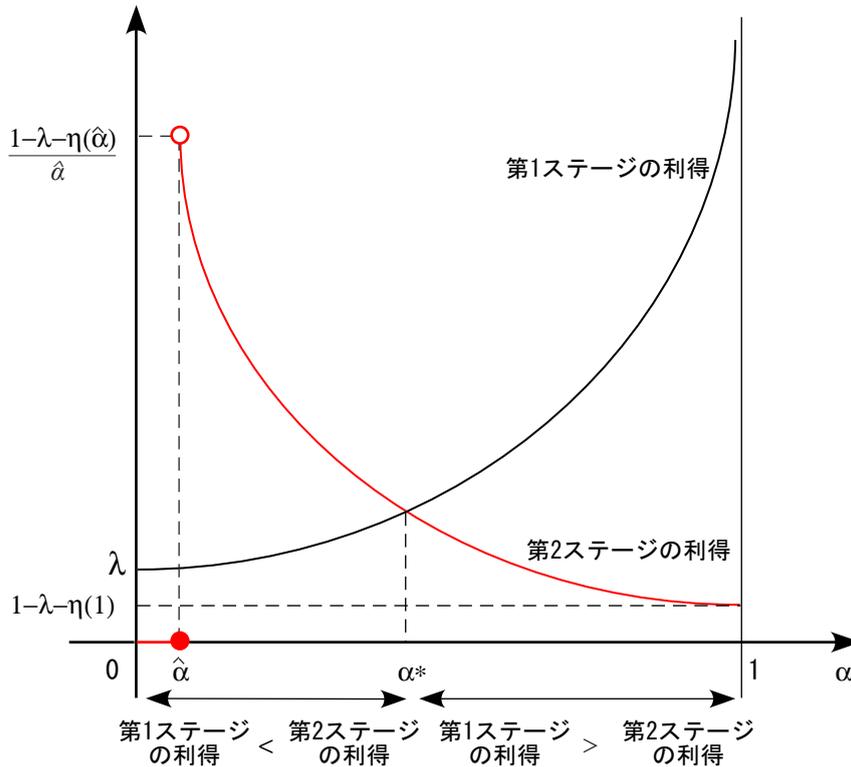
SIFIsの仮定からタイプIIの債権者（銀行部門）のサイズ $\alpha$ の減少とともに、債務不履行リスクが減少するケースを考えてみる（ $\eta'(\alpha) < 0$ ）。このときタイプIIの債権者が、第1ステージで決済するときの貨幣量は $\lambda \ell_i / (1 - \alpha)$ であり、第2ステージで決済するときの貨幣量は $(1 - \lambda - \eta(\alpha)) \ell_i / \alpha$ となる。よってタイプIIの債権者の行動は以下ようになる。

$$\frac{\lambda}{1 - \alpha} \leq \frac{1 - \lambda - \eta(\alpha)}{\alpha} \text{ のとき, 第2ステージで決済する.}$$

$$\frac{\lambda}{1 - \alpha} > \frac{1 - \lambda - \eta(\alpha)}{\alpha} \text{ のとき, 第1ステージで決済する.}$$

ここでタイプIIの債権者のサイズ $\alpha$ に、 $1 - \lambda - \eta(\alpha) = 0$ を満たす $\hat{\alpha}$ 存在を導入する。 $\hat{\alpha}$ は債務不履行リスクの臨界点（critical point）であり、債務不履行リスクがこの値以上になれば決済市場は崩壊する。

図4 銀行部門のサイズと利得



タイプIIの債権者のサイズ  $\alpha$  と戦略の関係は図4に描かれている。タイプIとしての利得は  $\lambda/(1-\alpha)$  であり、これは  $\alpha \in [0, 1]$  の区間で右上がりの曲線を描く<sup>23)</sup>。その一方で、タイプIIとしての利得の形状は関数  $\eta(\alpha)$  に依存するが、 $\alpha = 1$  のとき値  $1-\lambda-\eta(1)$  を取り、臨界点のときのサイズ  $\hat{\alpha}$  に近づくにつれて増大し、臨界点でゼロになる。よって、 $\hat{\alpha}$  はタイプIIの債権者（銀行部門）の取り分がゼロとなり、破綻を意味する。 $(1-\eta(\hat{\alpha}))/2 > \lambda$  を仮定すると、これら二つの曲線の交点として閾値  $\alpha^*$  が存在していることがわかる<sup>24)</sup>。

### 3. サンスポットタイプの決済市場崩壊

ここではVI-2節で描いた枠組みで、効率的な均衡のみならず、サンスポットタイプの銀行取付けがナッシュ均衡として存在することを示す。第2ステージで取引される証券を

23) 図4において、 $F(\alpha) = \lambda/(1-\alpha)$  とおき、 $\lambda$  が与えられたとして、 $F'(\alpha) < 0$ 、 $F(0) = \lambda$ 、 $\lim_{\alpha \rightarrow 1} F(\alpha) = \infty$  を得る。

24) この条件は、図4において  $1-\lambda-\eta(\hat{\alpha}) > \lambda$  であれば、タイプIの債権者としての利得とタイプIIの債権者としての利得が  $\alpha \in [0, 1]$  範囲で必ず交わることを保証している。

債務担保証券 (CDO) として、タイプ II の債権者がお互いに、他のタイプ II の債権者の行動がわからないものとしている (非対称情報の仮定)。その一方で、タイプ II の債権者のサイズが小さくなることは、一行あたりの取引が増大となり、SIFIs (巨大金融機関) の発生を意味する。ファイナンシャル・グループが巨大化すると、傘下のシャドウ・バンク (導管体, SIV) の行動を把握できなくなり、情報の非対称性がそれだけ深刻化する。こうした現象を SIFI の仮定 ( $\eta(\alpha) < 0$ )、および情報の非対称性で本モデルでは描写している。結果として、タイプ II の債権者が第 1 ステージで決済することは、投資家として債券を売却することを意味する。銀行部門が、本来の機能である決済機能を放棄して、手持ち債券を投げ売りすることは金融危機の特徴の一つであった。

図 2 で債務不履行リスク  $\eta(\alpha)$  は上辺に表れている。債務不履行リスクが起きたときの債務者のサイズは  $1 - \lambda - \eta(\alpha)$  となる。タイプ II の債権者の利得は図 4 で示されており、サイズ  $\alpha$  が閾値  $\alpha^*$  以下であるとき、タイプ II の債権者はタイプ I の債権者の債券を買い取り、決済機能を果たしている。特に、タイプ II に対して非対称情報の仮定を課している。したがってタイプ II が、他のタイプ II がパニックに陥って、タイプ I (投資家) と同様に手持ち債券を決済すると思いついた時には決済市場は崩壊する。

**命題 3.** 債務不履行リスクが銀行部門のサイズに依存している ( $\eta'(\alpha) > 0$ ) とき、効率的均衡と共に、決済市場崩壊 (均衡) も存在する。

**証明.**

まず貨幣均衡が存在することを示す。図 4 で示される閾値  $\alpha^*$  より  $\alpha$  が小さい取引環境のもとに、タイプ II の債権者が、他のタイプ II の債権者も同様な行動を取ると想定するとき、彼らはタイプ I から債券を買い取り、第 2 ステージで現金化する。これを、タイプ II の債権者が決済機能の役割を果たすため、効率的均衡と呼ぶことにする。

ところが情報の非対称性の仮定から、タイプ II の債権者は他のタイプ II の債権者の行動を知らない。したがって、タイプ II の債権者のサイズ  $\alpha$  が閾値  $\alpha^*$  より小さな値であるとき、他のタイプ II の債権者がタイプ I (投資家) の行動をとり、第 1 ステージで手持ち債券を決済すると思いついでしまえば、臨界点  $\hat{\alpha}$  が存在する (そのときのタイプの債権者のサイズは  $\hat{\alpha}$ ) ため、決済機能が失われる。つまりタイプ II の債権者にとっては、他のタイプ II の債権者の行動を知らないという情報の非対称性から、第 2 ステージまで待って債券を決済せずに第 1 ステージで決済することが最適戦略となる。これは決済市場崩壊が均衡となっている現象である。

この結果、効率的な均衡 ( $\hat{\alpha} < \alpha < \alpha^*$  の範囲で成立している均衡) とすべてのタイプ II の

債権者が第1ステージで債務者の島へ移動する選択をする均衡とが共存する。後者は、Diamond and Dybvig (1983) タイプのショックが発生して、決済市場が崩壊してしまうことを意味する。 ■

以上のメカニズムが成立するためには、(1)タイプIIの債権者に情報の非対称性があること、(2)流通市場に臨界点があることが条件となっている。現実には発生していなくとも、臨界点が存在すること自体がタイプIIの債権者のパニックの原因となっている。

## Ⅶ. まとめ

Freeman のモデルでは4つの市場（発行市場、財市場、決済市場、流通市場）での取引が一つの体系で整合的に成立している。特に、取引のタイミングの制約から流通市場が発生し、そこでの取引が決済市場に影響を及ぼしている。その結果、図2で示されているように、資金流動性の不足と市場流動性の不足を区別して分析することが可能となっている。

これに対して、金融危機において最初に発生する現象が流動性不足であることは常に観察されているが、その背後で流動性不足がどのように金融危機に関係しているかが本モデルでは示されている。特に、債務不履行リスクの存在が、銀行部門の決済機能を阻害し、結果的に決済市場の崩壊を引き起こすメカニズムを提示した。

また、本稿で分析対象としたテーマは、決済の視点から金融危機を説明することであり、その際、銀行部門（タイプIIの債権者）における情報の非対称性と、銀行部門のサイズとマクロ経済ショックとの関係（SIFIsの仮定）が金融危機を発生させる条件になっていた。このメカニズムはDiamond and Dybvigのサンスポット・タイプの銀行取付けに由来している<sup>25)</sup>。

最後に、Freeman (1996, 1999)の研究では、決済モデルにおいて流動性不足対策としての金融調節の役割が強調されている。中央銀行の流動性供給手段には、平時における金融調節、有事における最後の貸し手機能がある。金融危機においてはスタンディング・ファシリティとしての最後の貸し手機能の導入および分析が本モデルでは可能となる<sup>26)</sup>。

25) 非対称情報に基づく契約理論の金融取引の分析については酒井・前多 (2003) を参照されたい。

26) 例えば、モデルは異なるが、Maeda and Sakai (2008) を参照。

**参考文献**

- 酒井良清 (2008), 「危機管理—新体制創出を」, 『日経・経済教室セレクション I』 所収, 日本経済新聞社, 87-91.
- 酒井良清, 前多康男 (2003), 『新しい金融理論』 有斐閣.
- 白川方明 (2008), 「流動性と決済システム」 日本銀行.
- Diamond, Douglas W. and Phip H. Dybvig (1983), "Bank runs, deposit insurance, and liquidity," *Journal of Political Economy*, Vol. 91, 401-419.
- Freeman, Scott (1996), "The payment system, liquidity, and rediscounting," *American Economic Review*, Vol. 86, 1126-38.
- Freeman, Scott (1999), "Rediscounting under aggregate risk." *Journal of Monetary Economics* 43(1), 101-115.
- Kiyotaki, Nobuhiro and Randall Wright (1989), "On money as a medium of exchange." *Journal of Political Economy*, Vol. 97, 927-54.
- Maeda, Yasuo and Yoshikiyo Sakai (2008), "Microeconomic foundation of LLR from the viewpoint of payments." *Japanese Economic Review*. Vol. 59, 178-193.
- Mills, David (2004), "Mechanism design and the role of enforcement in Freeman's Model of Payments." *Journal of Economic Dynamics* 7, 219-236.
- Postlewaite, Andrew and Xavier Vives (1987), "Bank runs as an equilibrium phenomenon." *Journal of Political Economy* Vol. 95, 485-491.
- Townsend, Robert M. (1980), "Models of money with spatially separated agents." In John Kareken and Neil Wallace editors, *Models of Monetary Economics*, 265-303. Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- Samuelson, Paul A. (1958), "An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money." *Journal of Political Economy*, Vol. 66, 467-482.